Ricerca in uno spazio di soluzioni

Outline

- ♢ Formulazione del problema
- ♢ Esempi di problemi
- ♢ Alcuni algoritmi di ricerca

Esempio: Romania

In vacanza in Romania; ora ad Arad.
Il volo parte domani da Bucharest

Formulare il goal:

essere a Bucharest

Formulate il problema:

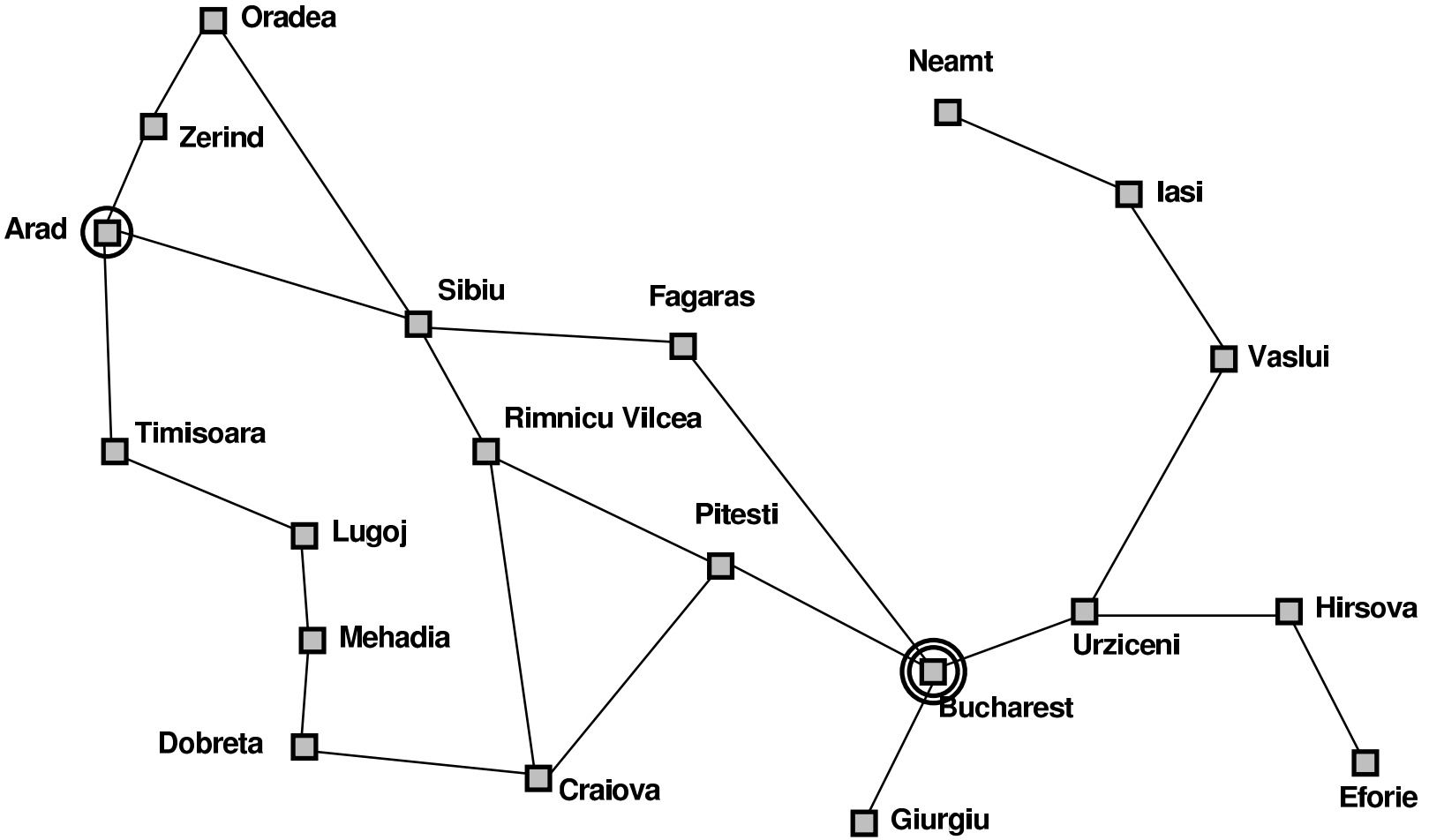
stati: varie citta'

operatori: viaggi tra le citta'

Tovare una soluzione:

sequenza di citta', esempio: Arad, Sibiu, Fagaras, Bucharest

Esempio: Romania



Formulazione del problema (singoli stati)

Un *problema* e' definito da quattro elementi:

stato iniziale es.: "ad Arad"

operatori (o *funzione successore* $S(x)$)
es.: Arad $\rightarrow$ Zerind Arad $\rightarrow$ Sibiu etc.

Un test per il goal, puo' essere
esplicito, es.: $x =$ "a Bucharest"
implicito, es.: Bucharest(x)

costo di un cammino (additivo)
es.: somma di distanze, numbero di operatori eseguiti, ...

Una *soluzione* e' una sequenza di operatori
che porta dallo stato iniziale ad uno stato di goal

Selezionare uno spazio degli stati

Il mondo reale e' molto complesso

$\Rightarrow$ lo spazio degli stati deve essere *astratto* per risolvere il problema

Stato (astratto) = insieme di stati reali

Operatore (astratto) = combinazione complessa di azioni reali

es.: "Arad $\rightarrow$ Zerind" rappresenta un insieme complesso di possibili strade, detour, fermate, ...

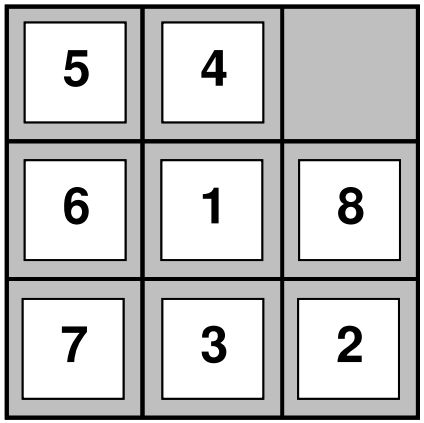
Per garantire la realizzabilita', qualsiasi stato reale "in Arad" deve portare a *qualche* stato reale "in Zerind"

Soluzione (astratta) =

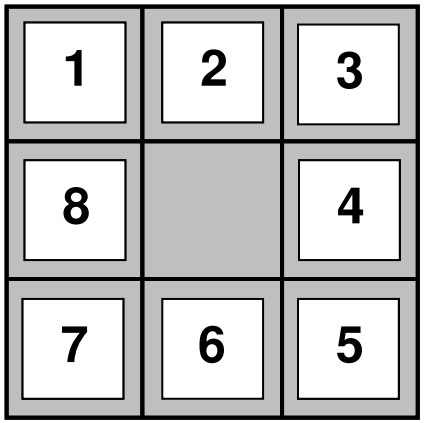
insieme di cammini reali che sono soluzioni in quel mondo reale

Ogni azione astratta dovrebbe essere "piu' semplice" del problema originale.

Esempio: il puzzle



Start State

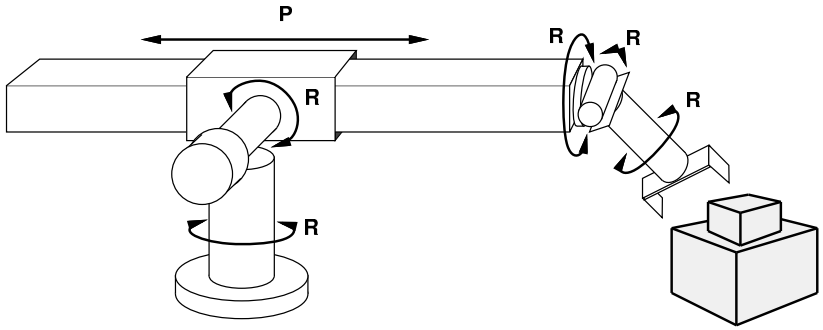


Goal State

stati??: caselle (ignora posizioni intermedie)
operatori??: mossa del bianco a sinistra, destra, alto, basso
test per il goal??: $=$ stato di goal (dato)
costo di un cammino??: 1 per mossa

[Nota: soluzione ottima e' NP-hard]

Esempio: assemblaggio robotico



stati??: coordinate reali
degli snodi del robot e delle parti dell'oggetto da assemblare

operatori??: mosse continue degli snodi del robot

test per il goal??: assemblaggio completo

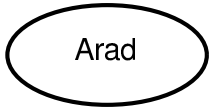
costo di un cammino??: tempo per eseguire il tutto

Algoritmi di ricerca

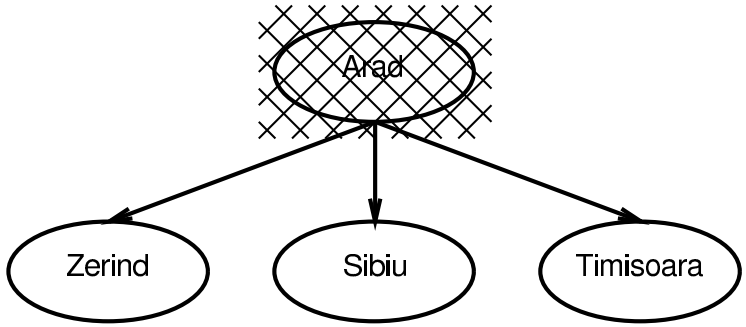
Idea di base: esplorazione simulata dello spazio degli stati generando successori di stati già esplorati (cioè espandendo stati)

```
function RICERCA-ALBERO(problema, strategia) returns una soluzione, o il fallimento
    inizializza l'albero di ricerca usando lo stato iniziale di problema
    loop do
        if non ci sono più candidati per l'espansione then return fallimento
        scegli un nodo foglia per l'espansione in base alla strategia
        if il nodo contiene uno stato obiettivo then return la soluzione corrispondente
        else espandi il nodo e aggiungi i nodi risultanti all'albero di ricerca
```

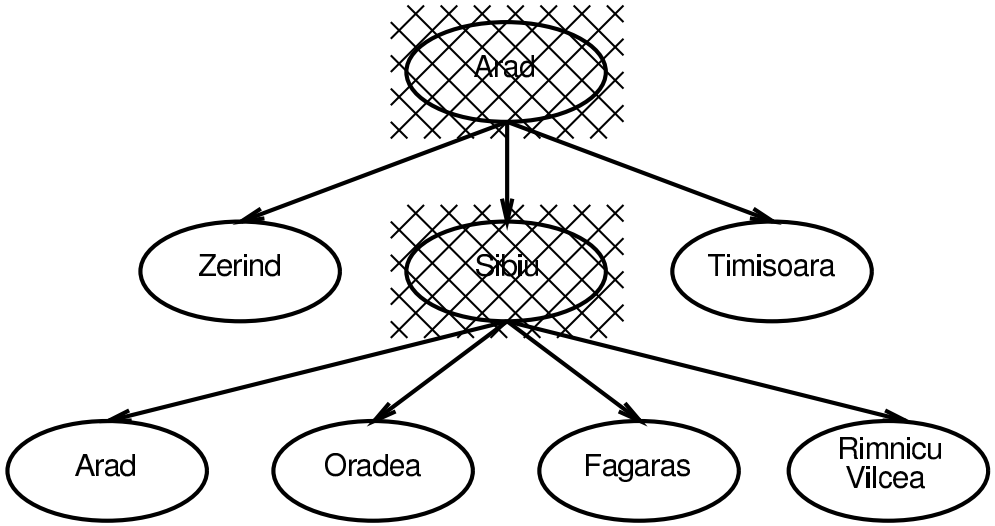
Esempio di ricerca



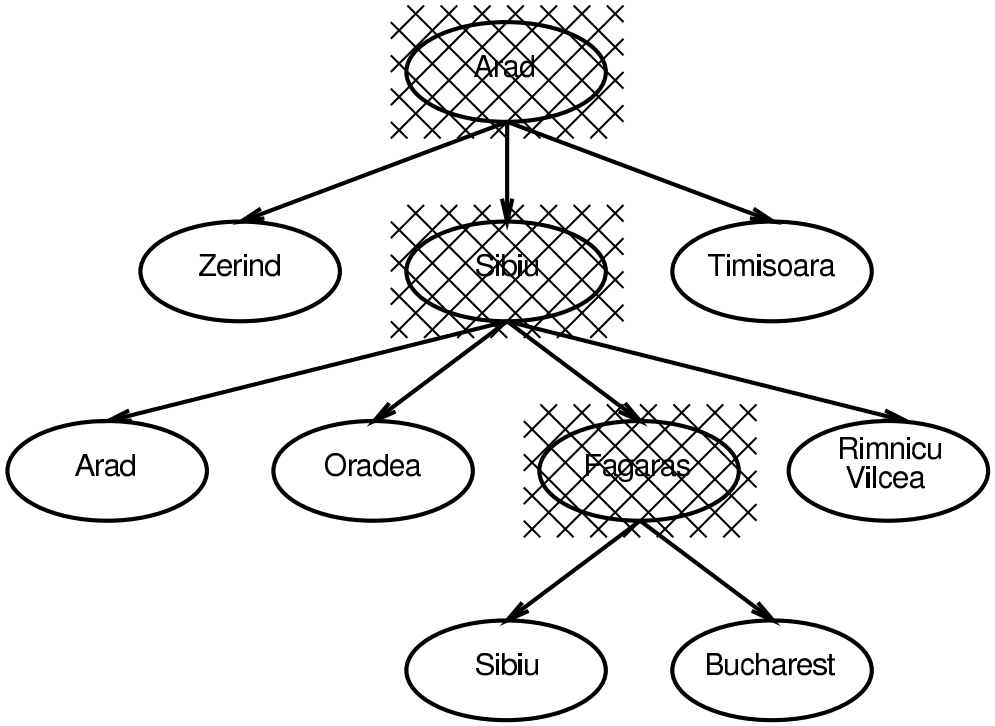
Esempio di ricerca



Esempio di ricerca



Esempio di ricerca

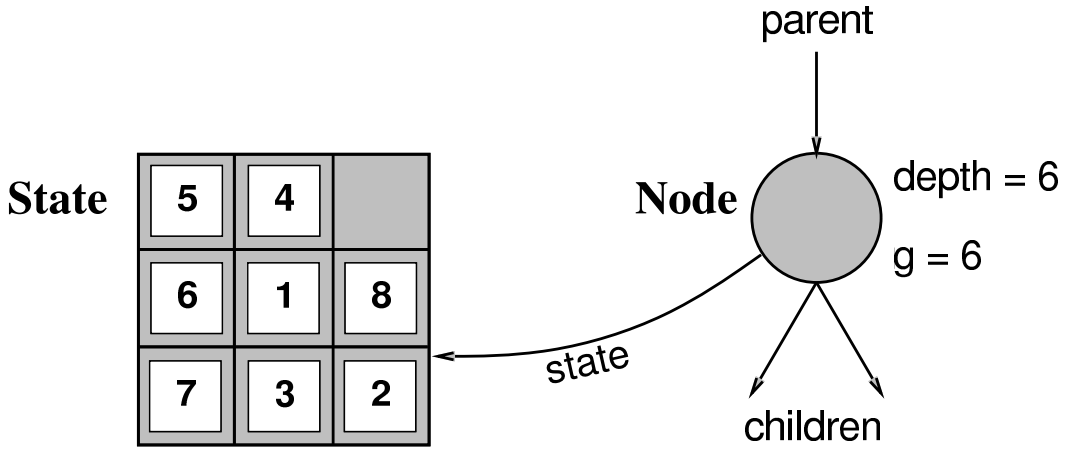


Implementazione degli algoritmi di ricerca

```
function RICERCA-ALBERO(problema, frontiera) returns una soluzione, o il fallimento

    frontiera ← INSERISCI(CREA-NODO(STATO-INIZIALE[problema]), frontiera)
    loop do
        if VUOTA?(frontiera) then return fallimento
        nodo ← RIMUOVI-PRIMO(frontiera)
        if TEST-OBIETTIVO[problema] applicato a STATO[nodo] ha successo
            then return SOLUZIONE(nodo)
        frontiera ← INSERISCI-TUTTI(ESPANDI(nodo, problema), frontiera)


function ESPANDI(nodo, problema) returns un insieme di nodi

    successori ← l'insieme vuoto
    for each ⟨azione, risultato⟩ in FUNZIONE-SUCCESSORE[problema](STATO[nodo]) do
        s ← un nuovo NODO
        STATO[s] ← risultato
        NODO-PADRE[s] ← nodo
        AZIONE[s] ← azione
        COSTO-DI-CAMMINO[s] ← COSTO-DI-CAMMINO[nodo] +
                                  COSTO-DI-PASSO(nodo, azione, s)
        PROFONDITÀ[s] ← PROFONDITÀ[nodo] + 1
        aggiungi s a successori
    return successori
```

Implementazione: stati vs. nodi

Uno *stato* e' una rappresentazione di una configurazione fisica
Un *nodo* e' una struttura dati che fa parte di un albero di ricerca
include *genitori*, *figli*, *profondita'*, *costo del cammino* $g(x)$
Stati non hanno genitori, figli, ...



La funzione EXPAND crea nuovi nodi, riempiendo i vari campi e usando gli OPERATORS (o SUCCESSORFN) del problema per creare gli stati corrispondenti.

Strategie di ricerca

Una strategia e' definita scegliendo un *ordine di espansione dei nodi*

Le strategie sono valutate secondo le seguenti dimensioni:

- completezza—trova sempre una soluzione se ne esiste una?
- complessita' in tempo—numero di nodi generati/espansi
- complessita' in spazio—massimo numero di nodi in memoria
- ottimalita'—trova sempre una soluzione di costo minimo?

La complessita' in spazio e tempo sono misurate in termini di

- b—massimo fattore di branching dell'albero di ricerca
- d—profondita' della soluzione di costo minimo
- m—massima profondita' dello spazio degli stati (puo' essere ∞)

Strategie di ricerca non informate

Le strategie *non informate* usano solo l'informazione disponibile nella definizione del problema

Ricerca breath-first

Ricerca con costo uniforme

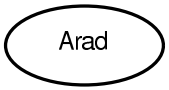
Ricerca depth-first

Ricerca depth-limited

Ricerca iterative deepening

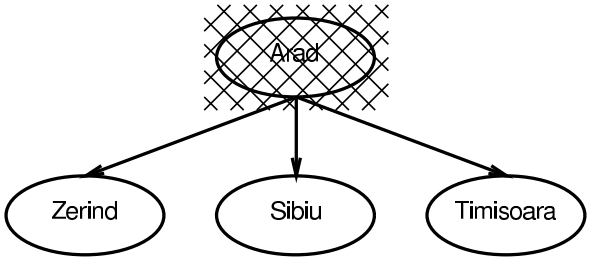
Ricerca breadth-first

Espande sempre il nodo meno profondo



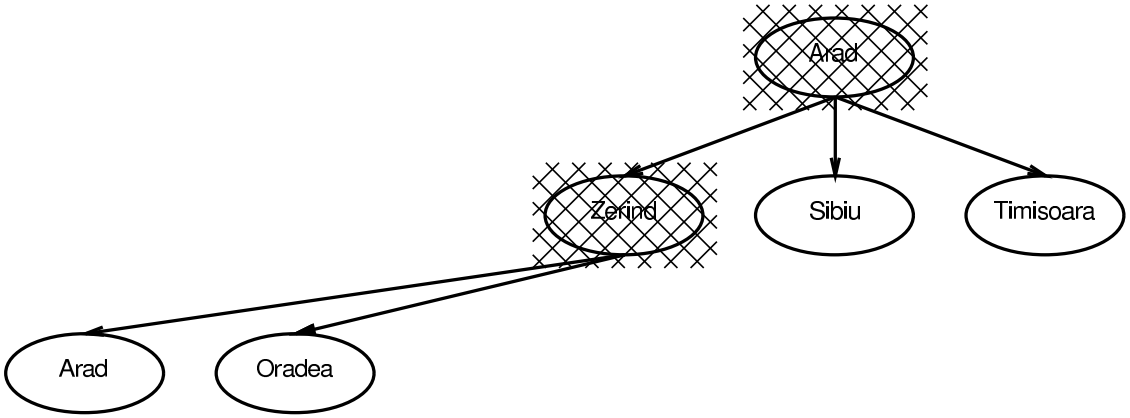
Ricerca breadth-first

Espande sempre il nodo meno profondo



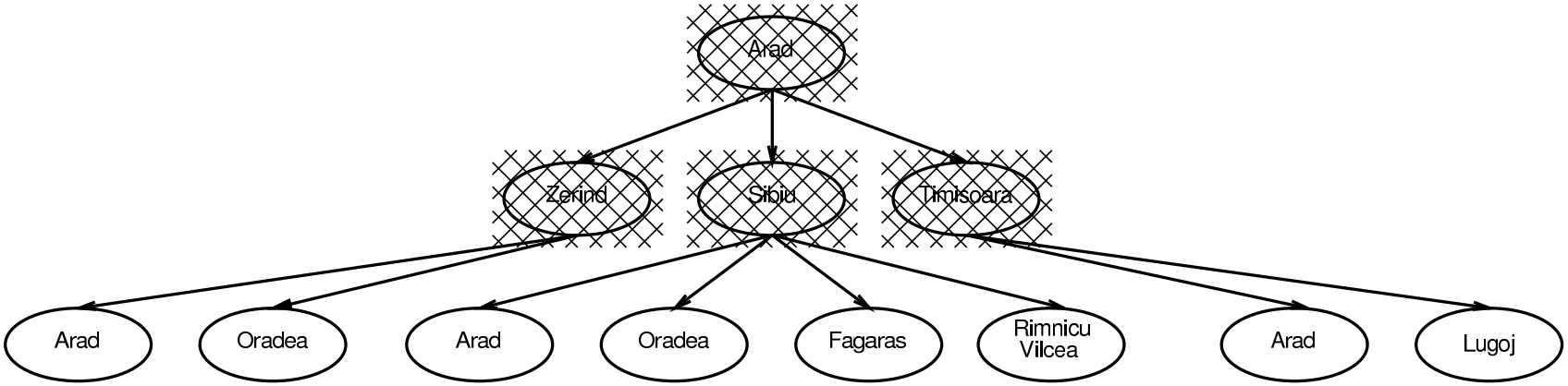
Ricerca breadth-first

Espande sempre il nodo meno profondo



Ricerca breadth-first

Espande sempre il nodo meno profondo



Proprieta' della ricerca breadth-first

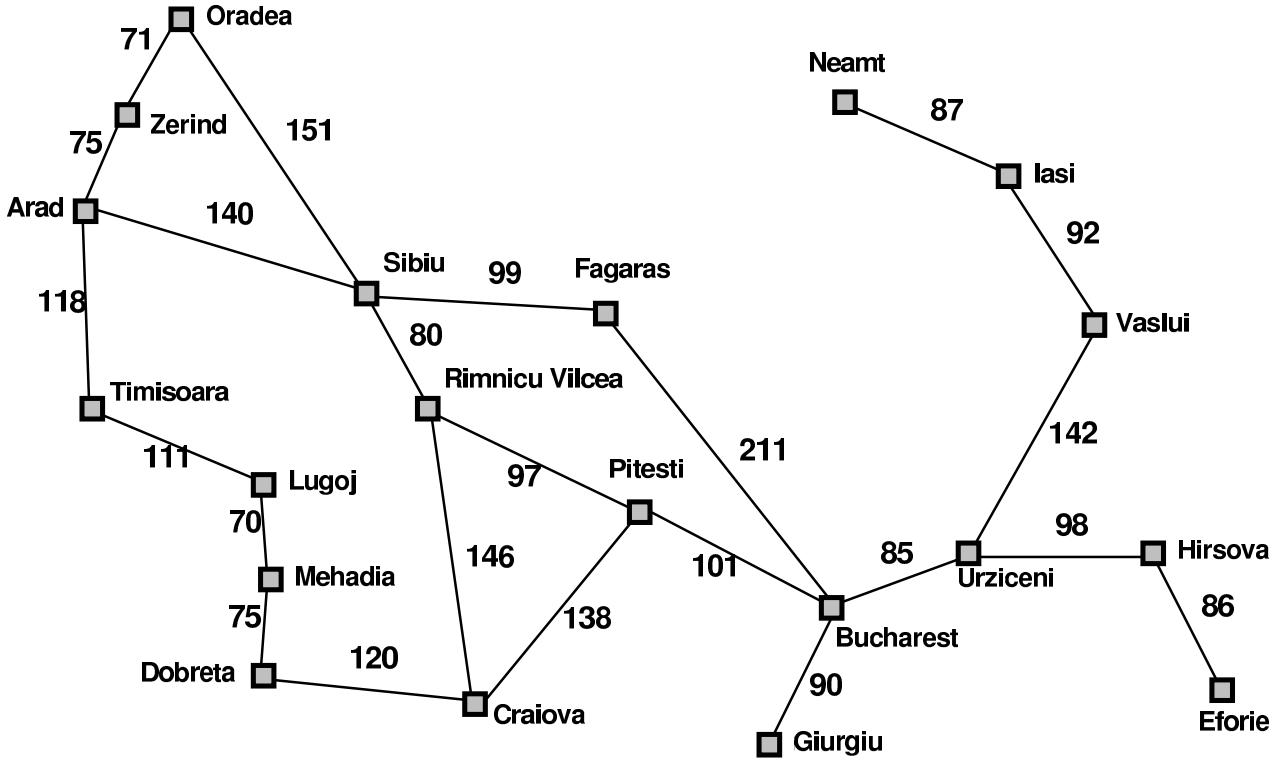
Completa?? Si (se b e' finito)

Tempo?? $1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d = O(b^d)$, cioe' esponenziale in d

Spazio?? $O(b^d)$ (mantiene ogni nodo in memoria)

Ottima?? Si (se costo $= 1$ per passo); non ottima in generale

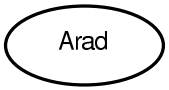
Romania con costo dei passi in Km



Straight–line distance to Bucharest	
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

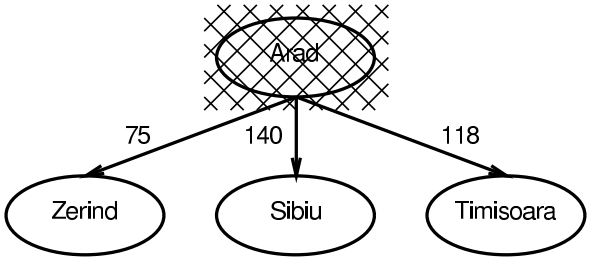
Ricerca a costo uniforme

Espande il nodo con costo minimo



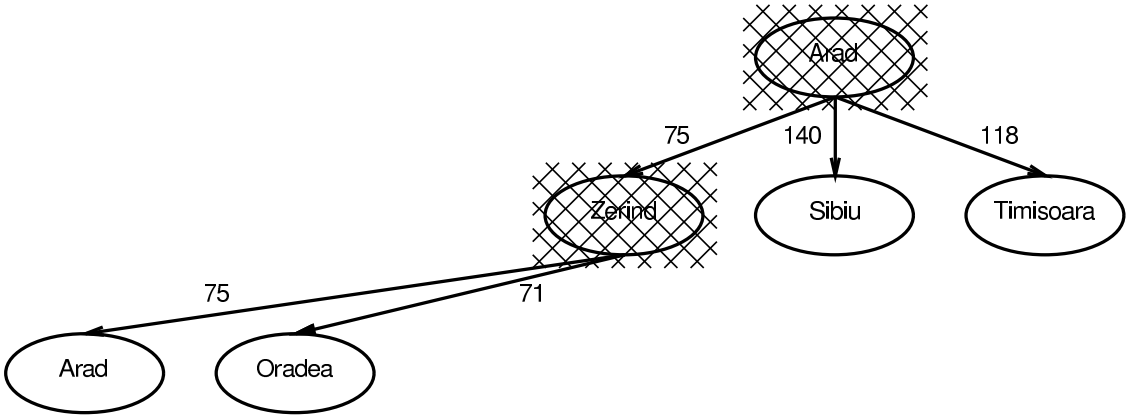
Ricerca a costo uniforme

Espande il nodo con costo minimo



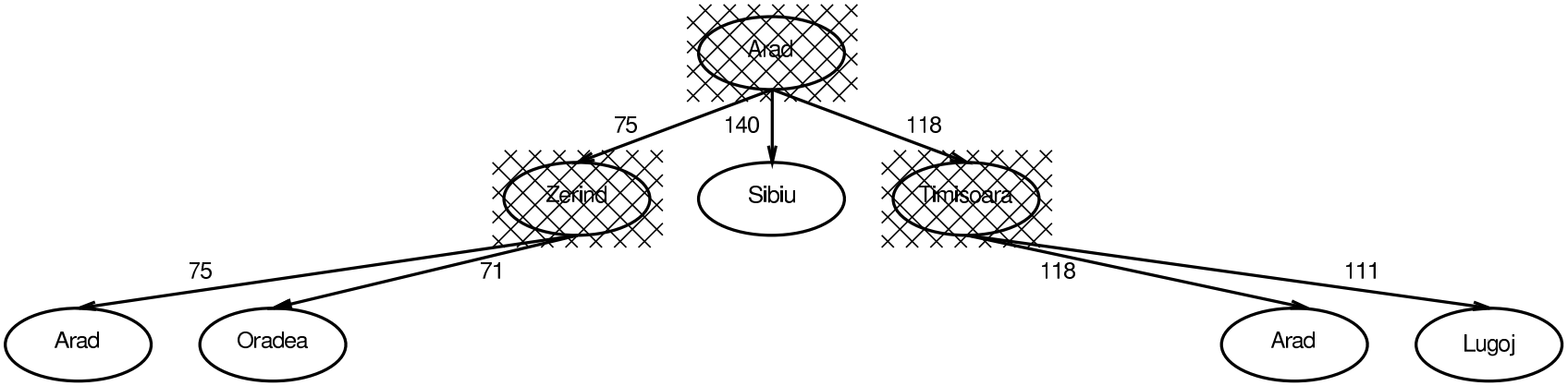
Ricerca a costo uniforme

Espande il nodo con costo minimo



Riceerca a costo uniforme

Espande il nodo con costo minimo



Proprieta' della ricerca a costo uniforme

Completa?? Si, se costo di un passo $\geq \epsilon$

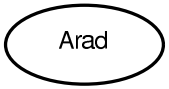
Tempo?? $\#$ di nodi con $g \leq$ costo della soluzione ottima

Spazio?? $\#$ di nodi con $g \leq$ costo della soluzione ottima

Ottima?? Si

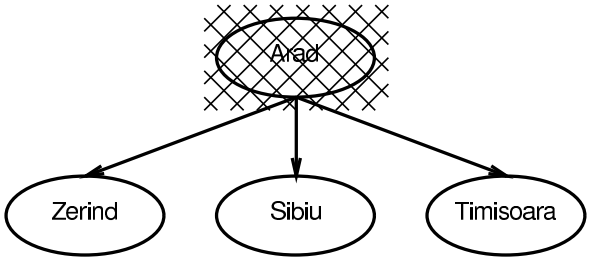
Ricerca depth-first

Espande il nodo piu' profondo



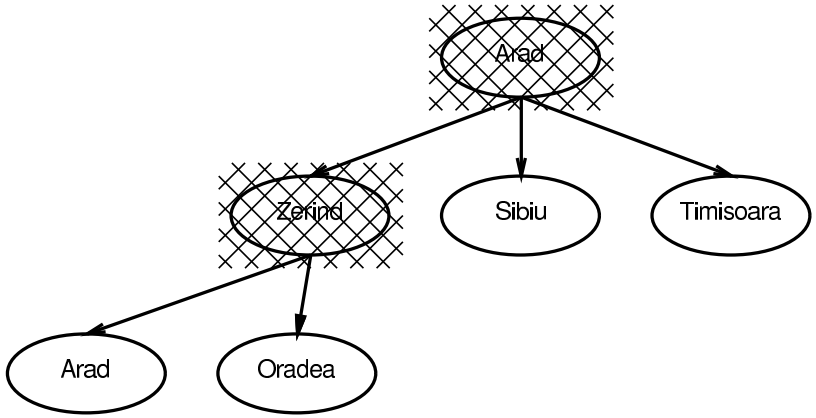
Ricerca depth-first

Espande il nodo piu' profondo



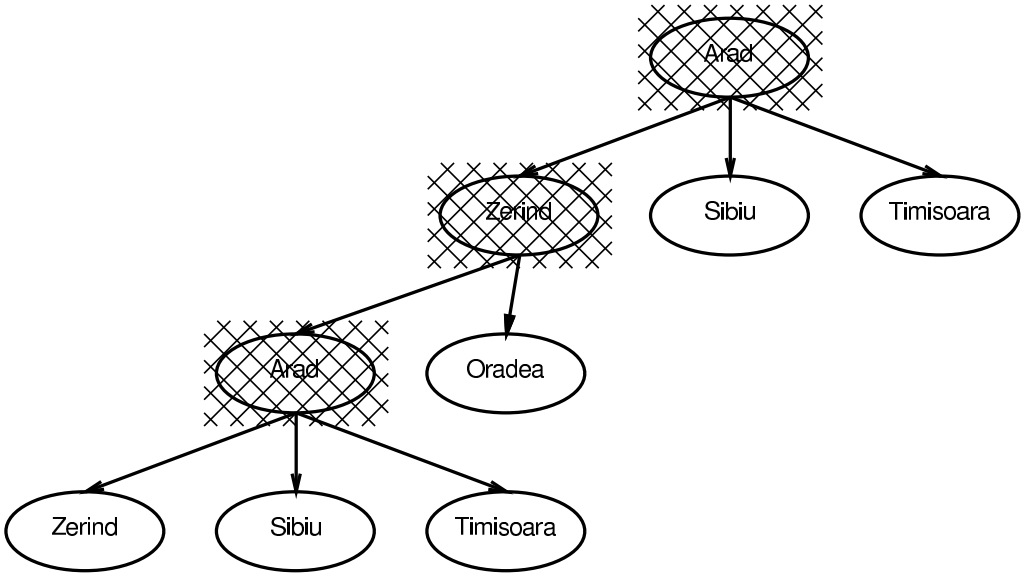
Ricerca depth-first

Espande il nodo piu' profondo



Ricerca depth-first

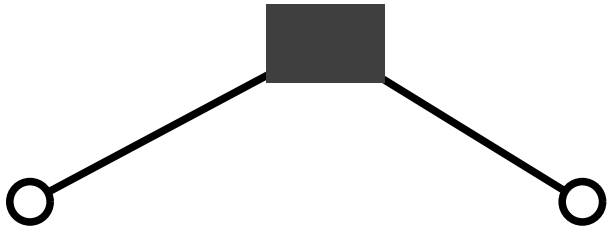
Espande il nodo piu' profondo



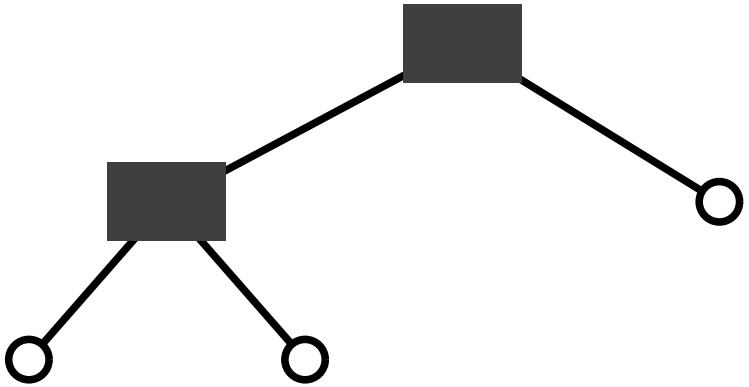
Nota: puo' avere dei cammini infiniti $\rightarrow$ ha bisogno di uno spazio di ricerca finito e non ciclico (o si deve controllare che gli stati non si ripetano)

DFS su un albero binario di profondita' 3

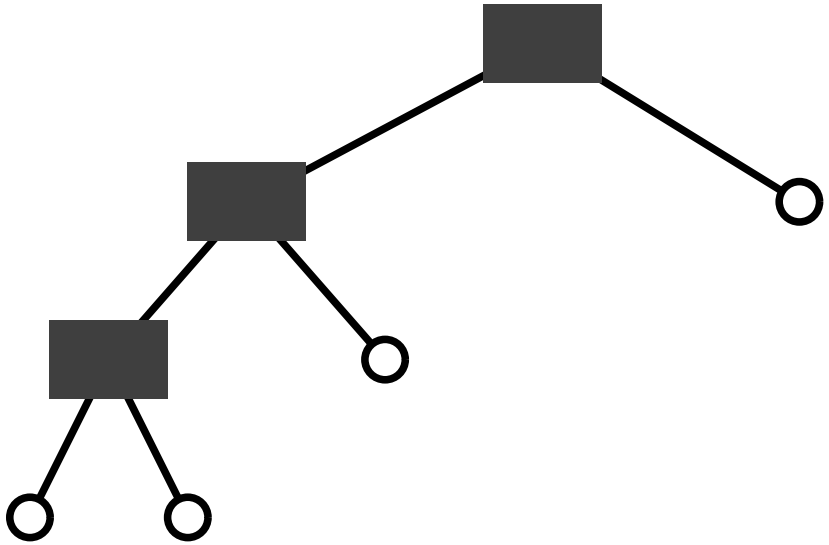
DFS su un albero binario di profondita' 3



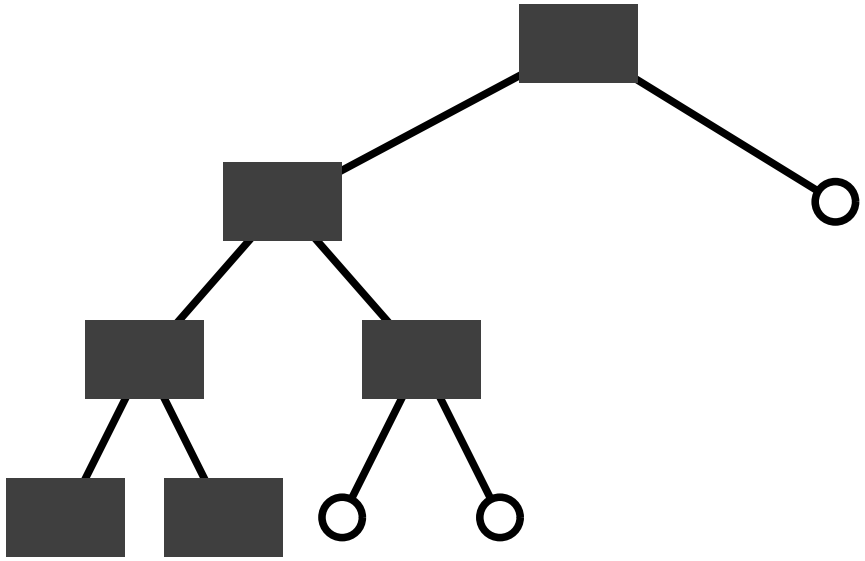
DFS su un albero binario di profondita' 3



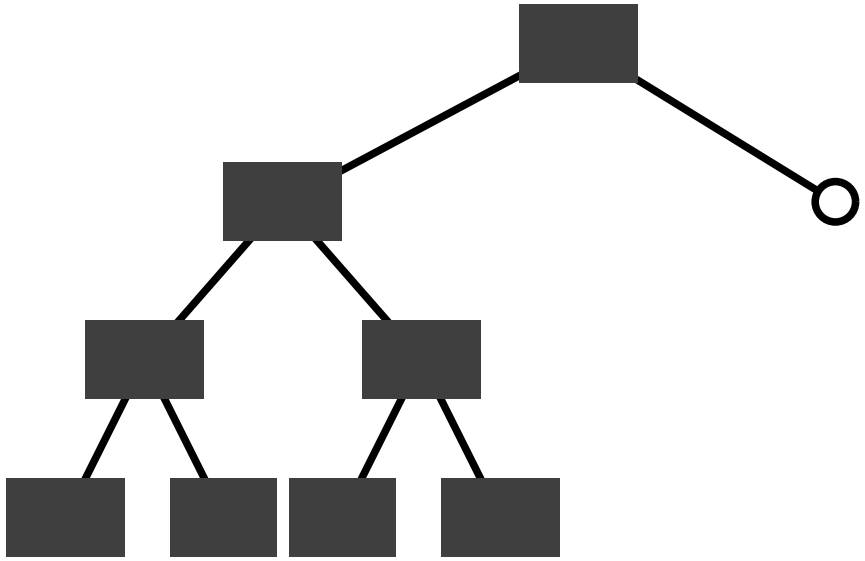
DFS su un albero binario di profondita' 3



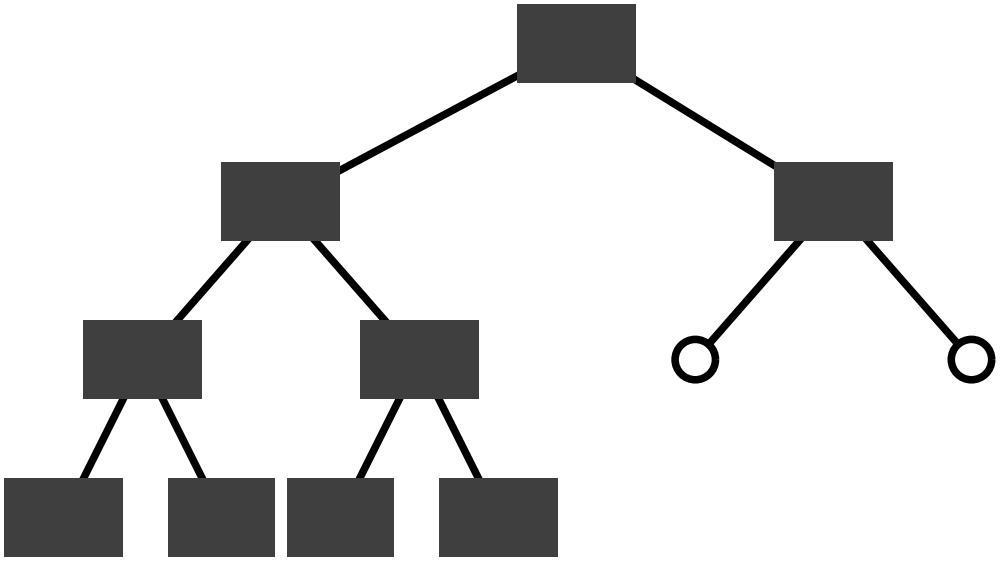
DFS su un albero binario di profondita' 3



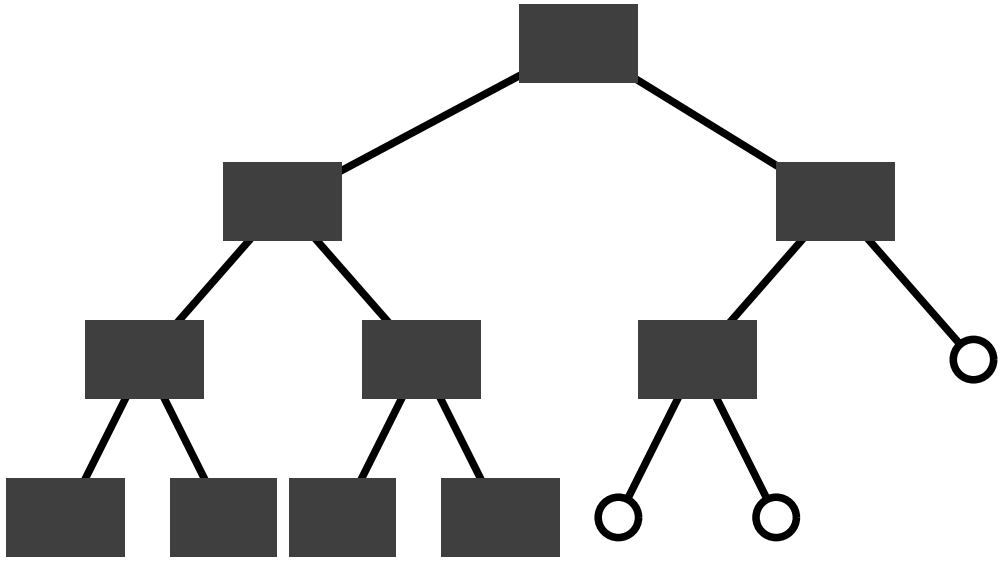
DFS su un albero binario di profondita' 3



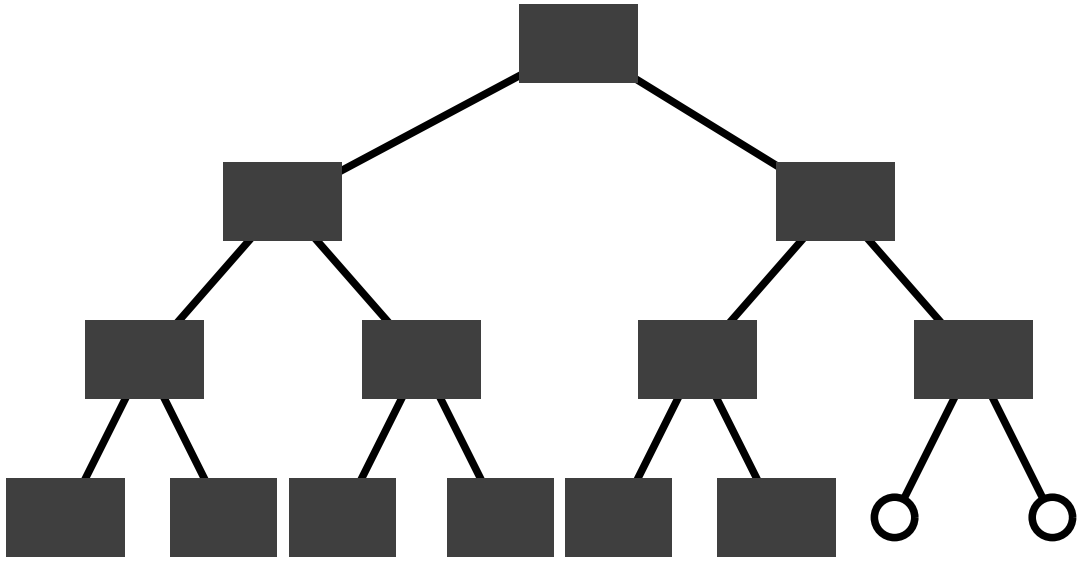
DFS su un albero binario di profondita' 3



DFS su un albero binario di profondita' 3



DFS su un albero binario di profondita' 3



Proprieta' della ricerca depth-first

Completa?? No: fallisce in spazi di profondita' infinita' e spazi con cicli

Modifica per evitare stati ripetuti lungo i cammini

$\Rightarrow$ completa in spazi finiti

Tempo?? $O(b^m)$: terribile se m e' molto piu' grande di d

ma se le soluzioni sono dense, puo' essere molto piu' veloce della ricerca breadth-first

Spazio?? $O(bm)$, cioe' lineare!

Ottima?? No

Ricerca depth-limited

= ricerca depth-first con profondita' limitata (a l)

Implementazione:

Nodi a profondita' l non hanno successori

Completa se l $\geq$ d.
Non ottima.
Tempo: $O(b^l)$
Spazio: $O(b \times l)$

Ricerca Depth-limited: algoritmo

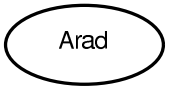
```
function RICERCA-PROFONDITÀ-LIMITATA(problema, limite) returns una soluzione, o il
                                                                fallimento/taglio
    return RPL-RICORSIVA(CREA-NODO(STATO-INIZIALE[problema]), problema, limite)

function RPL-RICORSIVA(nodo, problema, limite) returns una soluzione, o il fallimento/taglio
    avvenuto_taglio? ← false
    if TEST-OBIETTIVO[problema](STATO[nodo]) then return SOLUZIONE(nodo)
    else if PROFONDITÀ[nodo] = limite then return taglio
    else for each successore in ESPANDI(nodo, problema) do
        risultato ← RPL-RICORSIVA(successore, problema, limite)
        if result = taglio then avvenuto_taglio? ← true
        else if risultato ≠ fallimento then return risultato
    if avvenuto_taglio? then return taglio else return fallimento
```

Ricerca Iterative Deepening

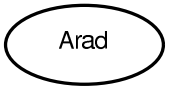
Idea di base: Prova tutti i possibili limiti di profondità

```
function RICERCA-APPROFONDIMENTO-ITERATIVO(problema) returns una soluzione, o il fallimento
    inputs: problema, un problema

    for profondità ← 0 to ∞ do
        risultato ← RICERCA-PROFONDITÀ-LIMITATA(problema, profondità)
        if risultato ≠ taglio then return risultato
```

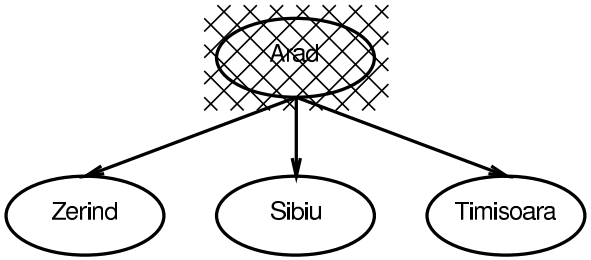
Ricerca iterative deepening con $l = 0$



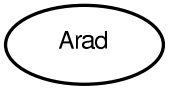
Ricerca iterative deepening con $l = 1$



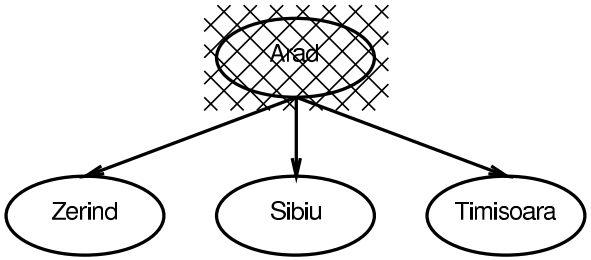
Ricerca iterative deepening con $l = 1$



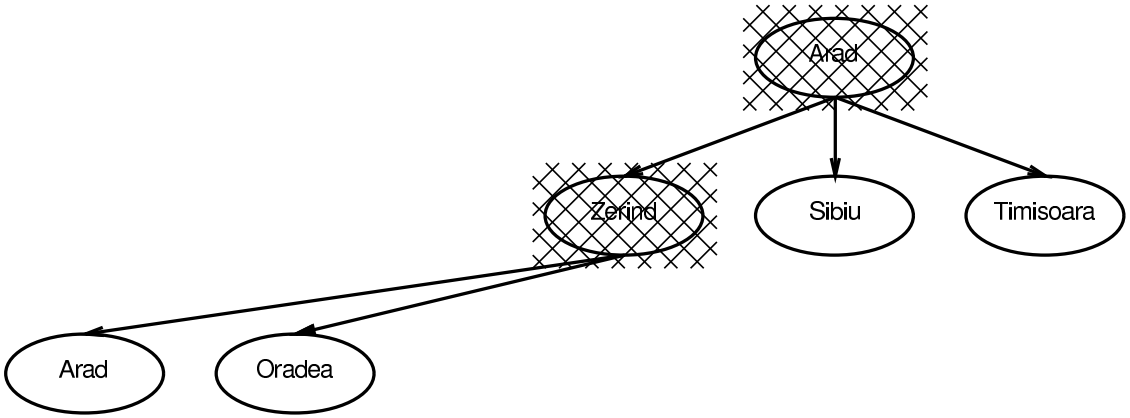
Ricerca iterative deepening con $l = 2$



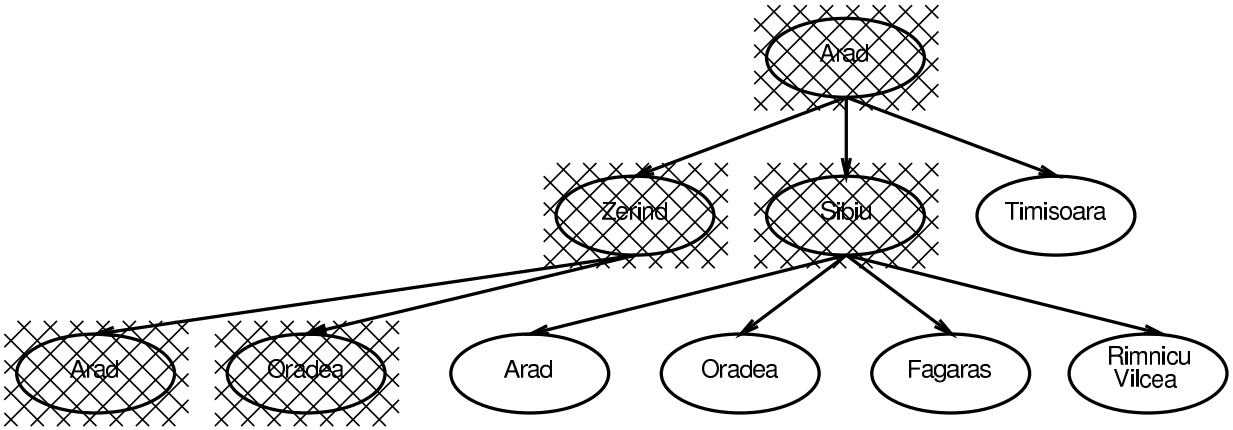
Ricerca iterative deepening con $l = 2$



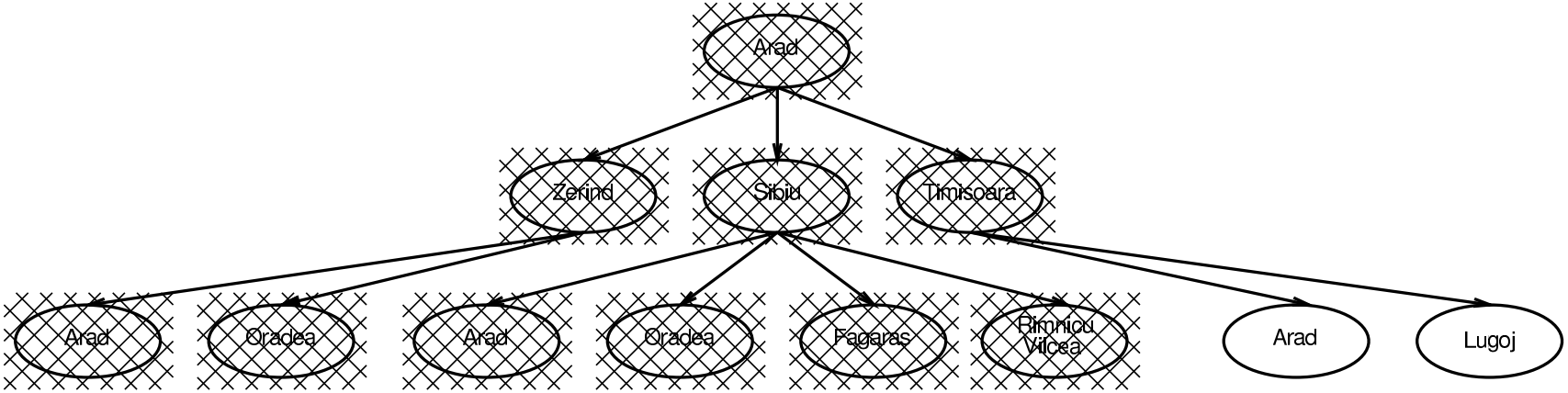
Ricerca iterative deepening con $l = 2$



Ricerca iterative deepening con $l = 2$



Ricerca iterative deepening con $l = 2$



Proprieta' della ricerca iterative deepening

Completa?? Si

Tempo?? $(d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \ldots + b^d = O(b^d)$

Spazio?? $O(bd)$

Ottima?? Si, se il costo di un passo e' 1

Puo' essere modificata per esplorare l'albero a costo uniforme

Confronto tra le strategie

Criterio	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening
Tempo	b^d	b^d	b^m	b^l	b^d
Spazio	b^d	b^d	bm	bl	bd
Ottima ?	si	si	no	no	si
Completa ?	si	si	no	si, se $l \geq d$	si

Stati ripetuti

In molti problemi è impossibile evitare stati che si ripetono

Es.: azioni reversibili (vedi puzzle)

Questo problema si affronta di solito in 3 possibili modi:

- evitare di generare il nuovo nodo se e' uguale al nodo corrente (spazio: costante)
- evitare di generare il nuovo nodo se e' uno degli avi (nel cammino dalla radice al nodo corrente) (spazio: $O(d)$)
- evitare di generare il nuovo nodo se e' stato gia' generato (spazio: $O(b^d)$, in realta' $O(s)$)

Sommario

La formulazione del problema di solito richiede un'astrazione dai dettagli del mondo reale per definire uno spazio degli stati che possa essere esplorato

Varie strategie di ricerca non-informate

La ricerca iterative deepening usa spazio solo lineare
e non ha bisogno di molto piu' tempo delle altre strategie non informate