

# PROBLEMI DI SODDISFACIMENTO DI VINCOLI

## CAPITOLO 5

– presentazione basata sui lucidi di S. Russell –

# Constraint satisfaction problems (CSPs)

Problemi di ricerca standard:

lo **stato** è una “black box” — una qualunque struttura dati che supporta il test di goal, la funzione di valutazione, e la funzione successore

CSP:

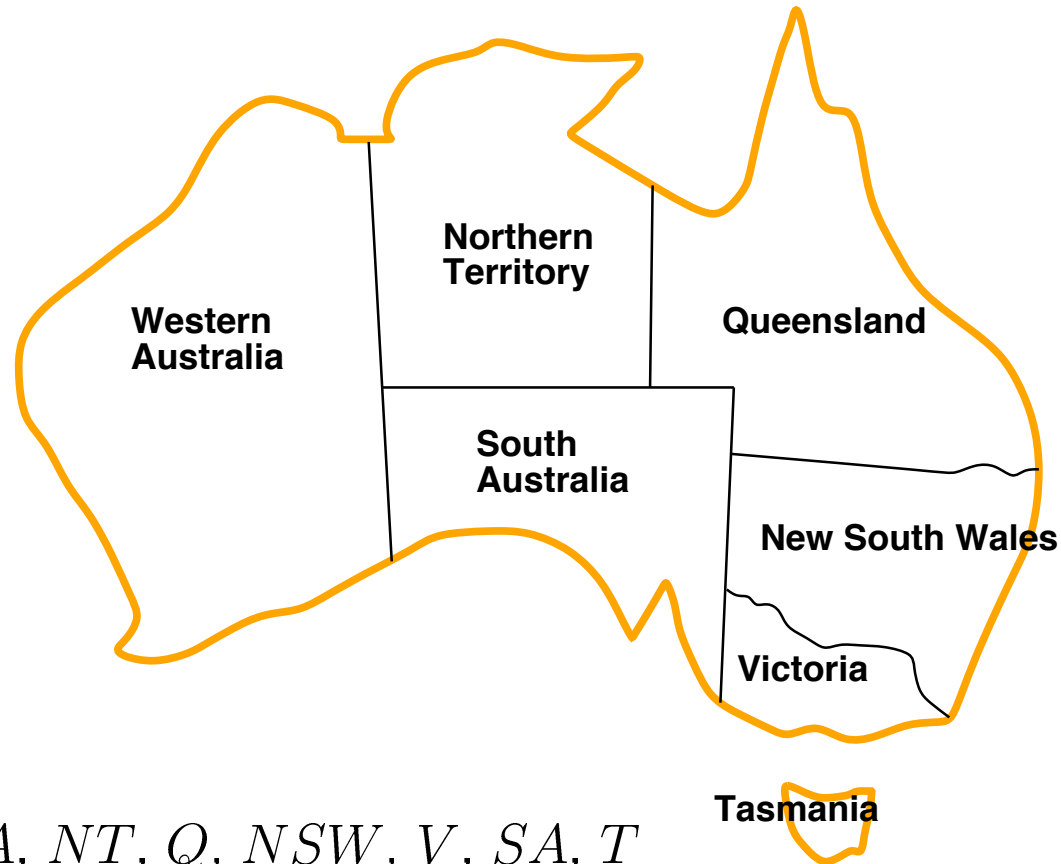
lo **stato** è definito da *variabili*  $X_i$  con *valori* dal *dominio*  $D_i$

il **test di goal** è un insieme di *vincoli* che specificano combinazioni ammissibili di valori per sottoinsiemi di variabili

Costituiscono un esempio di un *linguaggio di rappresentazione formale*

Permettono di definire algoritmi *general-purpose* più potenti degli algoritmi di ricerca standard

## Esempio: Colorazione di una mappa



**Variabili**  $WA, NT, Q, NSW, V, SA, T$

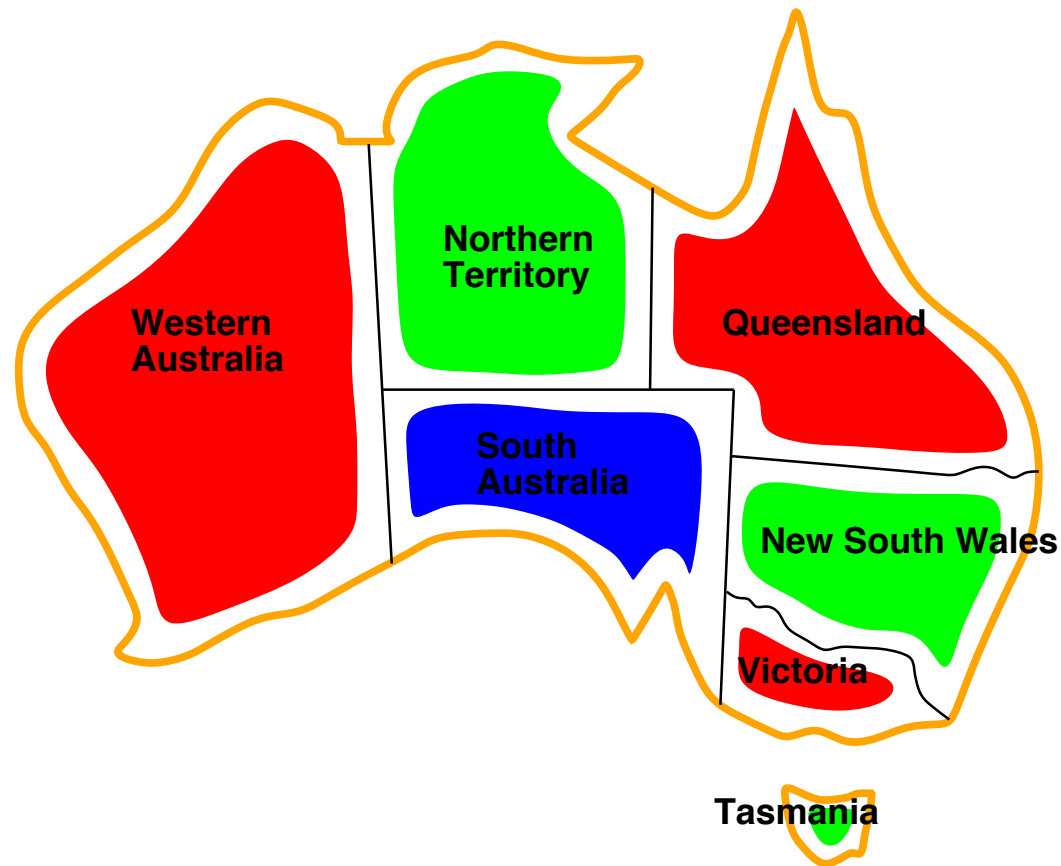
**Domini**  $D_i = \{\text{rosso}, \text{verde}, \text{blu}\}$

**Vincoli:** regioni adiacenti devono avere colori differenti

ad esempio,  $WA \neq NT$  (se il linguaggio lo permette), o

$(WA, NT) \in \{(\text{rosso}, \text{verde}), (\text{rosso}, \text{blu}), (\text{verde}, \text{rosso}), (\text{verde}, \text{blu}), \dots\}$

## Esempio: Colorazione di una mappa

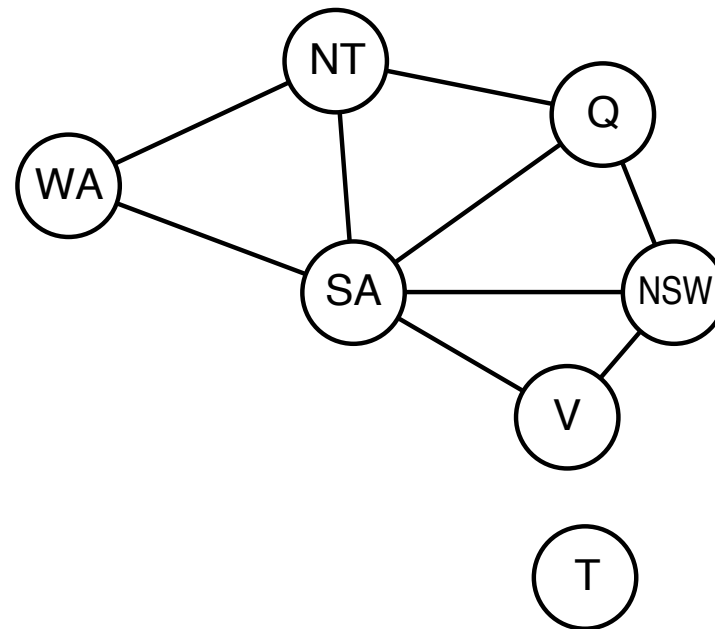


Le **soluzioni** sono assegnamenti che soddisfano tutti i vincoli, ad esempio,  
 $\{WA = \text{rosso}, NT = \text{verde}, Q = \text{rosso}, NSW = \text{verde}, V = \text{rosso}, SA = \text{blu}, T = \text{verde}\}$

## Grafo dei vincoli

*CSP Binario*: ogni vincolo si riferisce al più a due variabili

*Grafo dei vincoli*: i nodi sono variabili, gli archi rappresentano i vincoli



Gli algoritmi CSP general-purpose usano la struttura del grafo per velocizzare la ricerca

Ad esempio, Tasmania rappresenta un sottoproblema indipendente!

# Varietà di CSP

## Variabili discrete

domini finiti; dimensione  $d \Rightarrow O(d^n)$  assegnamenti completi

- ◇ p.e., CSP Booleani, include soddisfacibilità Booleana (NP-completo)

domini infiniti (interi, stringhe, etc.)

- ◇ p.e., job scheduling, le variabili sono i giorni di inizio/fine per ogni lavoro (job)
- ◇ necessitano di un **linguaggio di vincoli**,  
p.e.,  $StartJob_1 + 5 \leq StartJob_3$
- ◇ vincoli **lineari** risolvibili, vincoli **nonlineari** non decidibili

## Variabili continue

- ◇ p.e., tempi di inizio/fine per le osservazioni del Telescopio Hubble
- ◇ vincoli lineari risolvibili in tempo polinomiale tramite metodi di programmazione lineare

## Varietà di vincoli

Vincoli **unari** coinvolgono variabili singole,

p.e.,  $SA \neq verde$

Vincoli **binari** coinvolgono coppie di variabili,

p.e.,  $SA \neq WA$

Vincoli di **ordine superiore** coinvolgono 3 o più variabili,

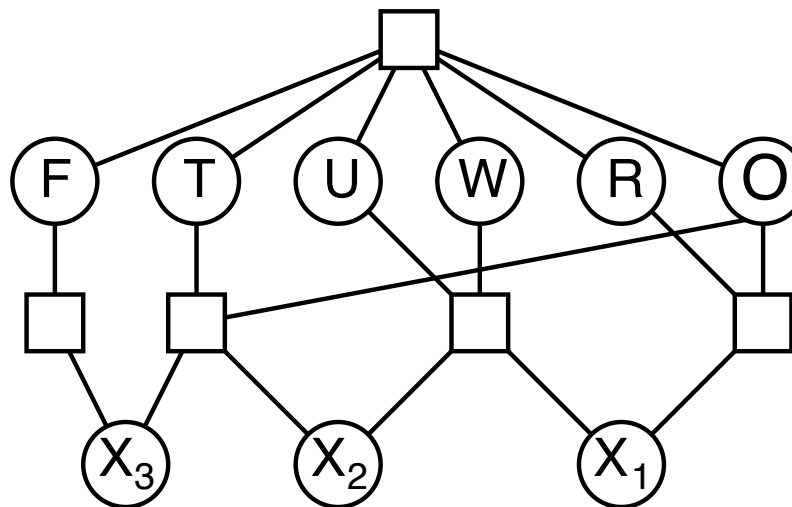
p.e., vincoli di cripto-aritmetica (vedi Sudoku)

**Preferenze** (vincoli soft), p.e., *rosso* è meglio di *verde*

spesso rappresentabili tramite un assegnamento di costo ad ogni variabile

→ problemi di ottimizzazione vincolata

## Esempio: Cripto-aritmetica

$$\begin{array}{r}
 \phantom{+} T W O \\
 + T W O \\
 \hline
 F O U R
 \end{array}$$


**Variabili:**  $F T U W R O X_1 X_2 X_3$

**Domini:**  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

**Vincoli:**

$alldiff(F, T, U, W, R, O)$

$O + O = R + 10 \cdot X_1$ , etc.



## Esempi di problemi reali di CSP

Problemi di assegnamento

p.e., chi insegna quale lezione

Problemi di orario

p.e., quando e dove è tenuta quale lezione ?

Configurazione di hardware

Fogli di calcolo

Logistica

Schedulazione di attività industriali

Notare che molti problemi reali coinvolgono variabili a valori reali