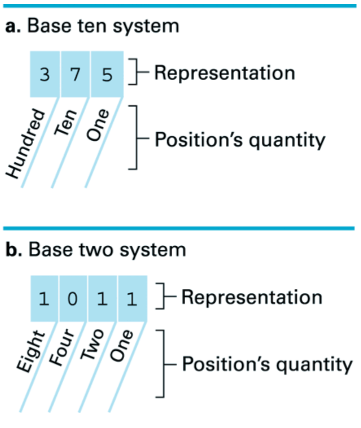
Sistema binario e decimale

Base 10 e base 2



Rappresentazione decimale e binaria

- Base 10 ➔ cifre da 0 a 9
- Base 2 ➔ cifre 0 e 1
- Sequenza di cifre decimali

$$d_k\ d_{k-1} \ldots d_1\ d_0$$

➔ numero intero

$d_k \times 10^k + d_{k-1} \times 10^{k-1} + \ldots d_1 \times 10 + d_0$

- Esempio: 102 in base 10 è 1x100+0x10+2x1
- In generale: $\sum_{(k=n,n-1,\ldots,0)} d_k\ 10^k$

Valore di una rappresentazione binaria

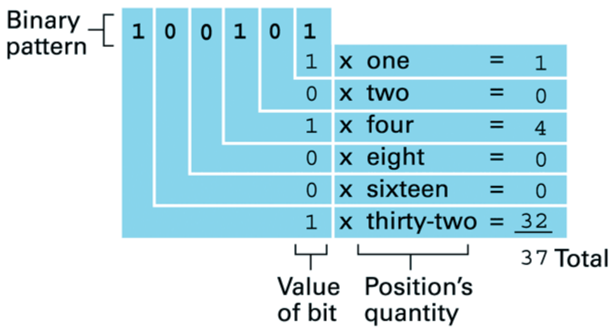
- Per un numero binario $d_k\ d_{k-1} \ldots d_1\ d_0$
- Stesso procedimento ma su base 2:

$$\sum_{(k=n,n-1,\ldots,0)} d_k\ 2^k$$

- Esempio:

$$0101101_2 = 1\cdot2^5 + 1\cdot2^3 + 1\cdot2^2 + 1\cdot2^0$$
$$= 32 + 8 + 4 + 1$$
$$= 45_{10}$$

Valore di una rappresentazione binaria



Rappresentazione binaria

- Valore minimo di una sequenza di n cifre binarie: 000 … 0 (n volte) = 0_{10}
- Valore massimo: 1111…111 (n volte) = $2^{n-1} + 2^{n-2} + \ldots + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 2^n - 1$
- Esempio con n=3: $111 = 2^2 + 2 + 1 = 7 = 2^3 - 1$
- Da 0 a 8: 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000

Una proprietà dei numeri binari

$\boxed{100100}1 = 73$

100100 = 36 = 73/2 e questo è il resto

Eliminare il bit più a destra corrisponde a dividere per 2 il valore, ed il bit eliminato è il resto

Trasformazione di un numero in base 10 a numero binario

125	
125/2=62	resto 1
62/2=31	resto 0
31/2=15	resto 1
15/2=7	resto 1
7/2=3	resto 1
3/2=1	resto 1
1/2=0	resto 1

125 in binario è

1111101

rappresenta 62

rappresenta 31

Etc.

Somma binaria

- Colonna per colonna, da destra a sinistra
- Riporto se la somma su una colonna supera la base

$$\begin{array}{r}0\\+0\\\hline 0\end{array}\qquad\begin{array}{r}1\\+0\\\hline 1\end{array}\qquad\begin{array}{r}0\\+1\\\hline 1\end{array}\qquad\begin{array}{r}1\\+1\\\hline 10\end{array}$$

- Tre cifre binarie (prima riga, seconda riga, riporto), somma =1 se una o tre sono 1, riporto = 1 se almeno due sono 1

Riporto: 1 1 1 1 0 0

011100_2 +

100111_2 =

1000011_2

Somma binaria

1 11 riporti

1010011+

1100011=

10110110

Reali in notazione binaria

- $b_{k-1}\ b_{k-2}\ \ldots\ b_2\ b_1\ b_0\ ,\ b_{-1}\ b_{-2}\ \ldots$
- $b_{k-1} \times 2^{k-1} + b_{k-2} \times 2^{k-2} + \ldots + b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2 + b_0 \times 2^0 + b_{-1} \times 2^{-1} + b_{-2} \times 2^{-2} + \ldots$

- Da decimale a binario:
  - Per la parte intera, come sappiamo fare (metodo delle divisioni)

REALE → BINARIO

cosa significa una parte decimale binaria:

.1101001

$2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-4} + 2^{-7}$

$.1101001$

2^{-1} 2^{-2}...

moltiplicarlo per 2 significa spostare il punto di un posto a destra

1.101001

2^{0} 2^{-1}.......

Se abbiamo un valore decimale in base 10:

0.99

come troviamo la sua rappresentazione in base 2 ?

Ragioniamo come segue:

Supponiamo che $.99 = .b_1b_2b_3...b_k$ (binario)

Allora $2\times .99 = 1.98 = b_1.b_2b_3...b_k$

Quindi b_1 è 1

e .98 è rappresentato da $.b_2b_3...b_k$

Per trovare la rappresentazione binaria di un decimale lo moltiplichiamo per 2 ed osserviamo se 1 appare nella parte intera:

rappresentazione binaria di .59

$.59 \times 2 = 1.18$ | **$.72 \times 2 = 1.44$**
$.18 \times 2 = 0.36$ | **$.44 \times 2 = 0.88$**
$.36 \times 2 = 0.72$ | **$.88 \times 2 = 1.76$**

....

.100101.....

dipende da quanti bit abbiamo

esempio

18.59

$18 \rightarrow 10010$

$.59 \rightarrow .100101...$

10010.100101....

Notazione esadecimale

- 16 simboli: 0, 1, 2, ..., 9, A, B, ..., F
- Un simbolo per rappresentare ogni gruppo di 4 cifre binarie (ce ne sono 16 diversi)
- Es.: 101101010011
- Di solito lunghezza multipla di 4
- Es.: 3 simboli per 12 bit

Notazione esadecimale

• Es.: 101101010011 diventa B53

Bit pattern	Hexadecimal representation
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F