

# L'APPRENDIMENTO AUTOMATICO

MACHINE LEARNING

Alessandro Sperduti

Introduzione



Principali paradigmi di apprendimento



Ingredienti fondamentali



Errore Empirico ed Errore Ideale



Alcuni Modelli di Apprendimento

# Introduzione



Introduzione



Principali paradigmi di apprendimento



Ingredienti fondamentali



Errore Empirico ed Errore Ideale





Principali paradigmi di apprendimento



Ingredienti fondamentali



Errore Empirico ed Errore I



Principali paradigmi di apprendimento



Ingredienti fondamentali



Errore Empirico ed Errore Ideale



Alcuni Modelli di Apprendimento

o



*Errore Empirico ed Errore Ideale*



*Alcuni Modelli di Apprendimento*

## Quando è necessario l'Apprendimento Automatico ?

quando il sistema deve

- **adattarsi** all'ambiente in cui opera  
(anche personalizzazione automatica)
- **migliorare** le sue prestazioni rispetto ad un particolare compito
- **scoprire** regolarità e nuova informazione (conoscenza) a partire da dati empirici
- **acquisire** nuove capacità computazionali

# Quando è necessario l'Apprendimento Automatico

quando il sistema deve

- **adattarsi** all'ambiente in cui opera (anche personalizzazione automatica)
- **migliorare** le sue prestazioni rispetto a un sistema tradizionale
- **scoprire** regolarità e nuove informazioni dai dati empirici

## Quando è necessario l'Apprendimento Automatico ?

quando il sistema deve

- **adattarsi** all'ambiente in cui opera  
(anche personalizzazione automatica)
- **migliorare** le sue prestazioni rispetto ad un particolare compito
- **scoprire** regolarità e nuova informazione (conoscenza) a partire da dati empirici
- **acquisire** nuove capacità computazionali

# Quando è necessario l'Apprendimento Automatico ?

quando il sistema deve

- **adattarsi** all'ambiente in cui opera  
(anche personalizzazione automatica)
- **migliorare** le sue prestazioni rispetto ad un particolare compito
- **scoprire** regolarità e nuova informazione (conoscenza) a partire da dati empirici
- **acquisire** nuove capacità computazionali

- **migliorare** le sue prestazioni rispetto ad
- **scoprire** regolarità e nuova informazione dati empirici
- **acquisire** nuove capacità computazionali

## Perché non usare un approccio algoritmico tradizionale ?

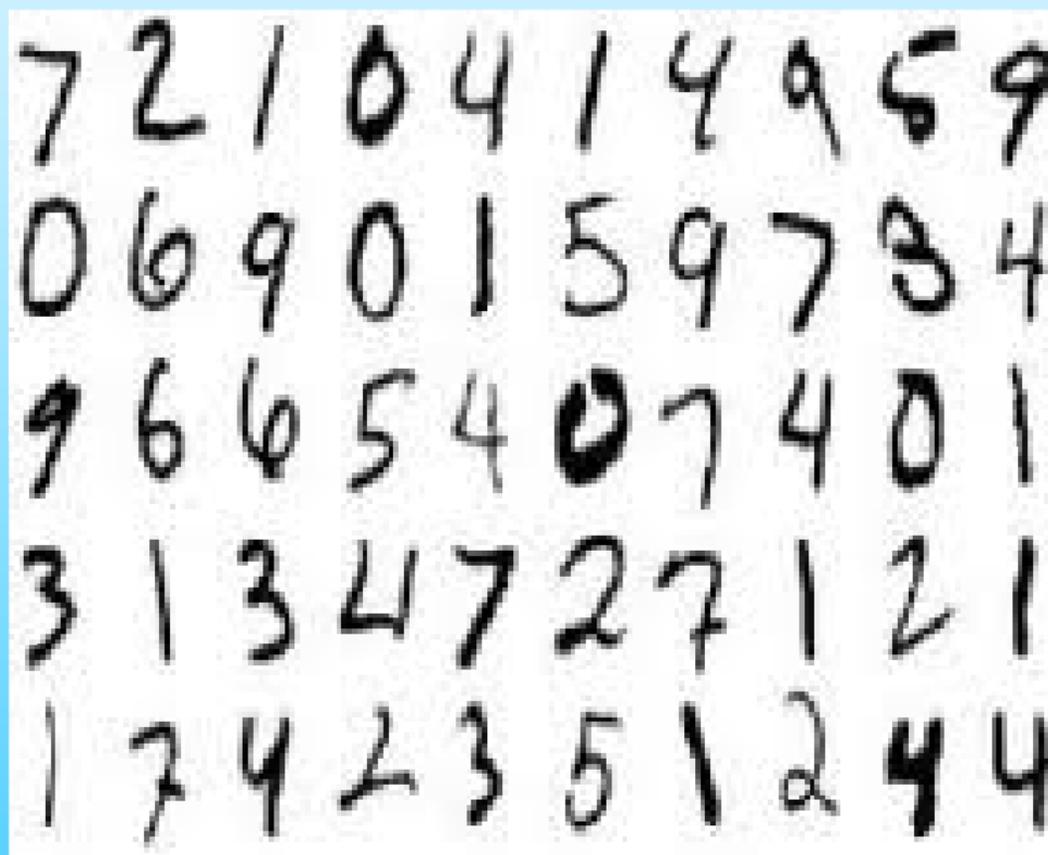
- impossibile formalizzare esattamente il problema (e quindi dare una soluzione algoritmica)
- presenza di rumore e/o incertezza
- complessità alta nel formulare una soluzione: impossibile "fare a mano"
- mancanza di conoscenza "compilata" rispetto al problema da risolvere

**Rule 1:** If Income ( $w_j$ ) is Very High (VH) then the sensitivity to price (quality) parameter  $s_{ij}$  ( $s_{ij}$ ) is Very Insensitive (VI) (Very Sensitive (VS)).

## Perché non usare un approccio algoritmico tradizionale ?

- impossibile formalizzare esattamente il problema (e quindi dare una soluzione algoritmica)
- presenza di rumore e/o incertezza
- complessità alta nel formulare una soluzione: impossibile "fare a mano"
- mancanza di conoscenza "compilata" rispetto al problema da risolvere

Che cifre sono rappresentate in questa immagine?



7	2	1	0	4	1	4	9	5	9
0	6	9	0	1	5	9	7	8	4
9	6	6	5	4	0	7	4	0	1
3	1	3	4	7	2	7	1	2	1
1	7	4	2	3	5	1	2	4	4

# Perché non usare un approccio algoritmico

- impossibile formalizzare esattamente il problema  
una soluzione algoritmica
- presenza di rumore e/o incertezza
- complessità alta nel formulare una soluzione  
"mano"
- mancanza di conoscenza "compilata" rispetto  
risolvere



## Perché non usare un approccio algoritmico tradizionale ?

- impossibile **formalizzare** esattamente il problema (e quindi dare una soluzione algoritmica)
- presenza di **rumore** e/o **incertezza**
- **complessità alta** nel formulare una soluzione: impossibile "fare a mano"
- mancanza di **conoscenza "compilata"** rispetto al problema da risolvere

*Patient103* time=1



*Patient103* time=2



*Patient103* time=n

Age: 23

FirstPregnancy: no

Anemia: no

Diabetes: no

PreviousPrematureBirth: no

Ultrasound: ?

Elective C-Section: ?

Emergency C-Section: ?

...

Age: 23

FirstPregnancy: no

Anemia: no

Diabetes: YES

PreviousPrematureBirth: no

Ultrasound: abnormal

Elective C-Section: no

Emergency C-Section: ?

...

Age: 23

FirstPregnancy: no

Anemia: no

Diabetes: no

PreviousPrematureBirth: no

Ultrasound: ?

Elective C-Section: no

Emergency C-Section: **Yes**

...

- impossibile **formalizzare** esattamente il problema (e quindi da una soluzione algoritmica)
- presenza di **rumore** e/o **incertezza**
- **complessità alta** nel formulare una soluzione: impossibile "fare a mano"
- mancanza di **conoscenza "compilata"** rispetto al problema da risolvere

e 1: *If* Income ( $w_j$ ) is *Very High* (VH) *then* the sensitivity to price (quality) parameter  $s_{ij}$  ( $s_{ij}$ ) is *Very Insensitive* (VI) (*Very Sensitive* (VS)).

<b>Rule 1:</b>	<i>If</i> Income ( $w_i$ ) is <i>Very High</i> (VH) <i>then</i> the sensitivity to price (quality) parameter $s_{ij}$ ( $s_{ij}$ ) is <i>Very Insensitive</i> (VI) ( <i>Very Sensitive</i> (VS)).
<b>Rule 2:</b>	<i>If</i> Income ( $w_i$ ) is <i>High</i> (HG) <i>then</i> the sensitivity to price (quality) parameter $s_{ij}$ ( $s_{ij}$ ) is <i>Insensitive</i> (IS) ( <i>Sensitive</i> (ST)).
<b>Rule 3:</b>	<i>If</i> Income ( $w_i$ ) is <i>Medium</i> (MD) <i>then</i> the sensitivity to price (quality) parameter $s_{ij}$ ( $s_{ij}$ ) is <i>Medium Sensitive</i> (MS).
<b>Rule 4:</b>	<i>If</i> Income ( $w_i$ ) is <i>Low</i> (LW) <i>then</i> the sensitivity to price (quality) parameter $s_{ij}$ ( $s_{ij}$ ) is <i>Sensitive</i> ( <i>Insensitive</i> (IS)).
<b>Rule 5:</b>	<i>If</i> Income ( $w_i$ ) is <i>Very Low</i> (VL) <i>then</i> the sensitivity to price (quality) parameter $s_{ij}$ ( $s_{ij}$ ) is <i>Very Sensitive</i> ( <i>Very Insensitive</i> (VS)).

Patient10

Age: 23

FirstPregna

Anemia: no

Diabetes: n

PreviousPre

Ultrasound:

Elective C-

Emergency

...

## Ruolo dei dati

### Tipicamente

- si hanno a disposizione (molti?) **dati**
  - ottenuti una volta per tutte **batch learning**
  - acquisibili interagendo direttamente con l'ambiente **on-line learning**
- (forse) **conoscenza** del dominio applicativo, ma
  - incompleta
  - imprecisa (rumore, ambiguità, incertezza, errori, ...)

### Desiderio: usare i dati per

- ottenere **nuova conoscenza**
- **raffinare** la conoscenza di cui si dispone
- **correggere** la conoscenza di cui si dispone

rse) **conoscenza** del dominio applicativo, ma  
completa

imprecisa (rumore, ambiguità, incertezza, errori, ...)

**Desiderio:** usare i dati per

- ottenere **nuova conoscenza**
- **raffinare** la conoscenza di cui si dispone
- **correggere** la conoscenza di cui si dispone

ised Learning

di auto-supervisione)

Introduzione



Principali paradigmi di apprendimento



Ingredienti fondamentali



Errore Empirico ed Errore Ideale



## Principali Paradigmi di Apprendimento

Un paradigma specifica

- quali dati sono disponibili per l'apprendimento
- con che modalità il sistema riceve i dati
- che tipo di output ci si aspetta dal sistema

Supervised Learning  
Unsupervised Learning  
Reinforcement Learning

Supervised Learning

Unsupervised Learning

Reinforcement Learning

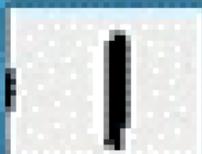
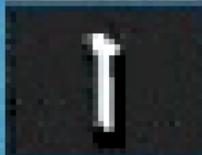
## Supervised Learning (apprendimento supervisionato)

$\{(x_i, f(x_i))\}$

- dato un insieme di dati preclassificati (esempi di apprendimento) apprendere una descrizione generale che incapsula l'informazione contenuta negli esempi
- tale descrizione deve poter essere usata in modo predittivo dato un nuovo ingresso  $\tilde{x}$ , predire  $f(\tilde{x})$
- si assume che un esperto (o maestro) ci fornisca la supervisione i valori  $f(x_i)$



*Face recognition technologies*



AT&T

*LeNet 5*

RESEARCH

answer: 1

1

111

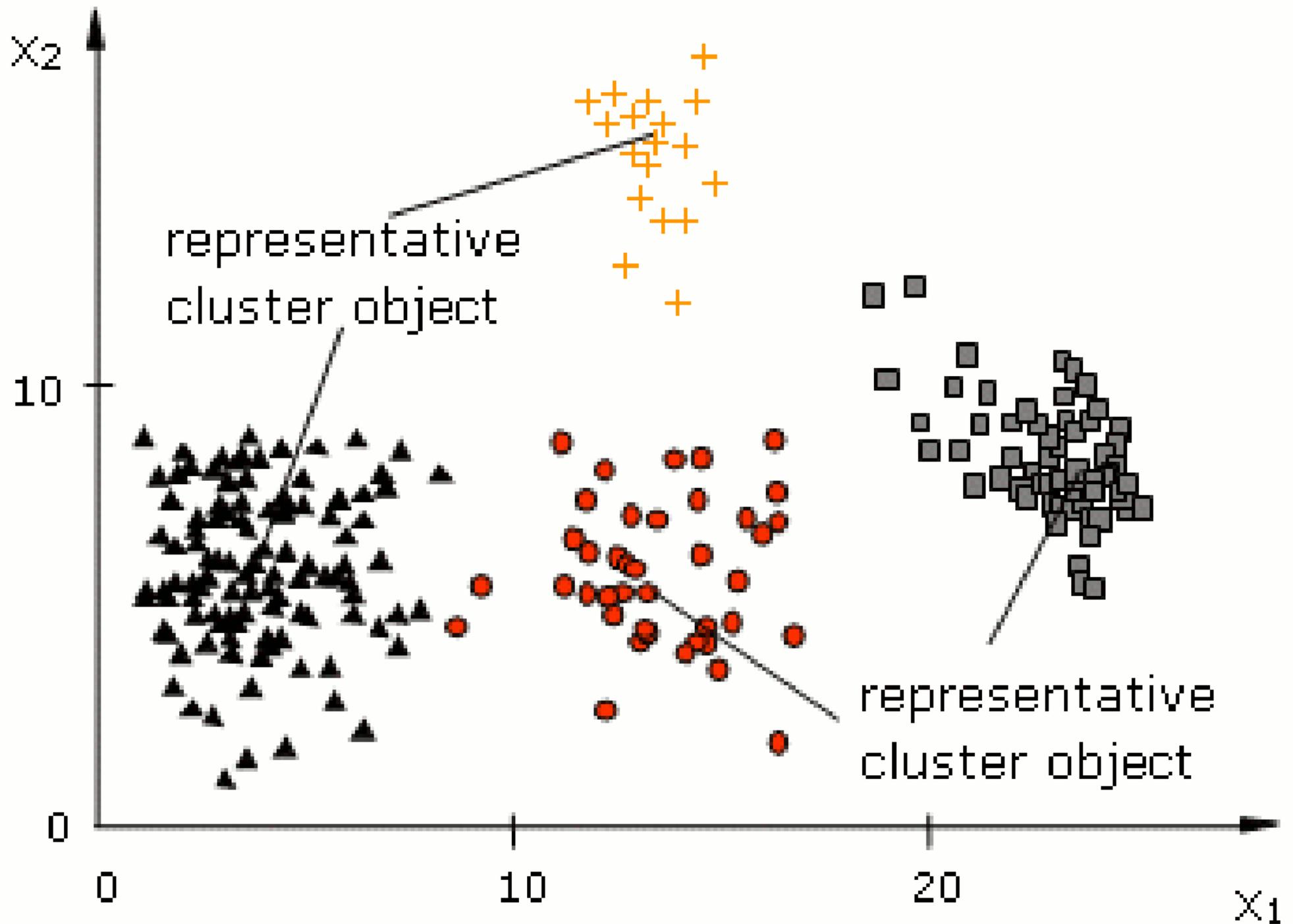


- si assume che un esperto (o maestro) ci fornisca supervisione i valori  $f(x_i)$

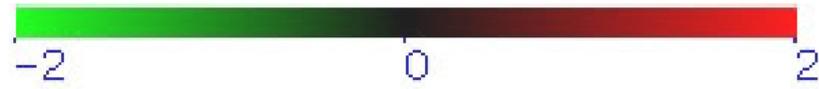
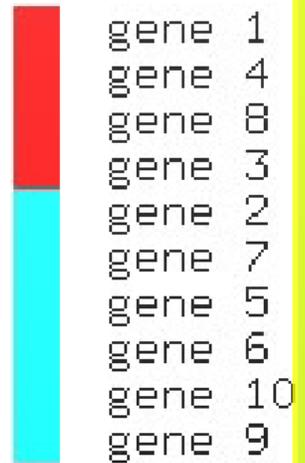
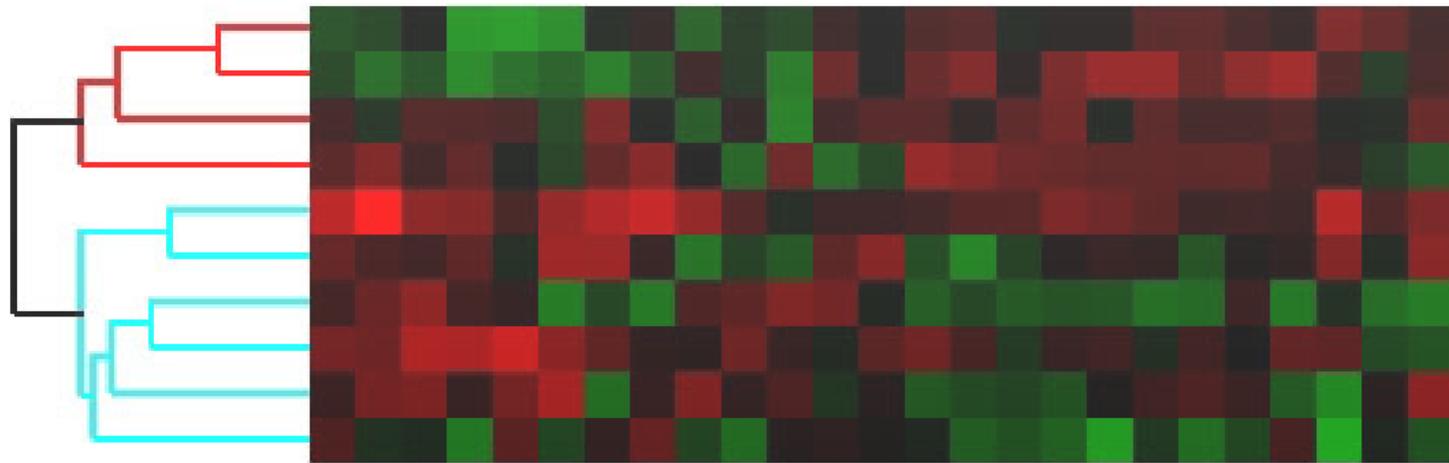
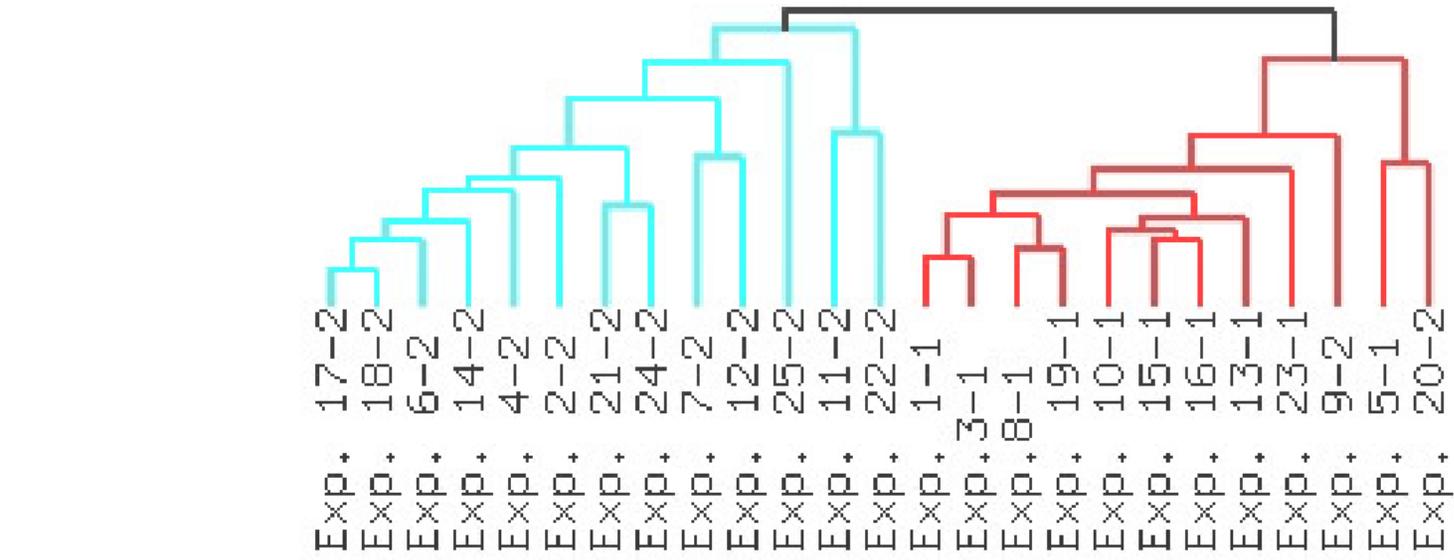
## Unsupervised Learning (apprendimento non-supervisionato)

- dato un insieme di dati  $\{x_i\}$ , estrarre regolarità e/o pattern valide su tutto il dominio di ingresso
- non esiste un maestro che ci fornisca un aiuto

learning  
(con rinforzo)



number of clusters: 4



# Reinforcement Learning (apprendimento con rinforzo)

Sono dati



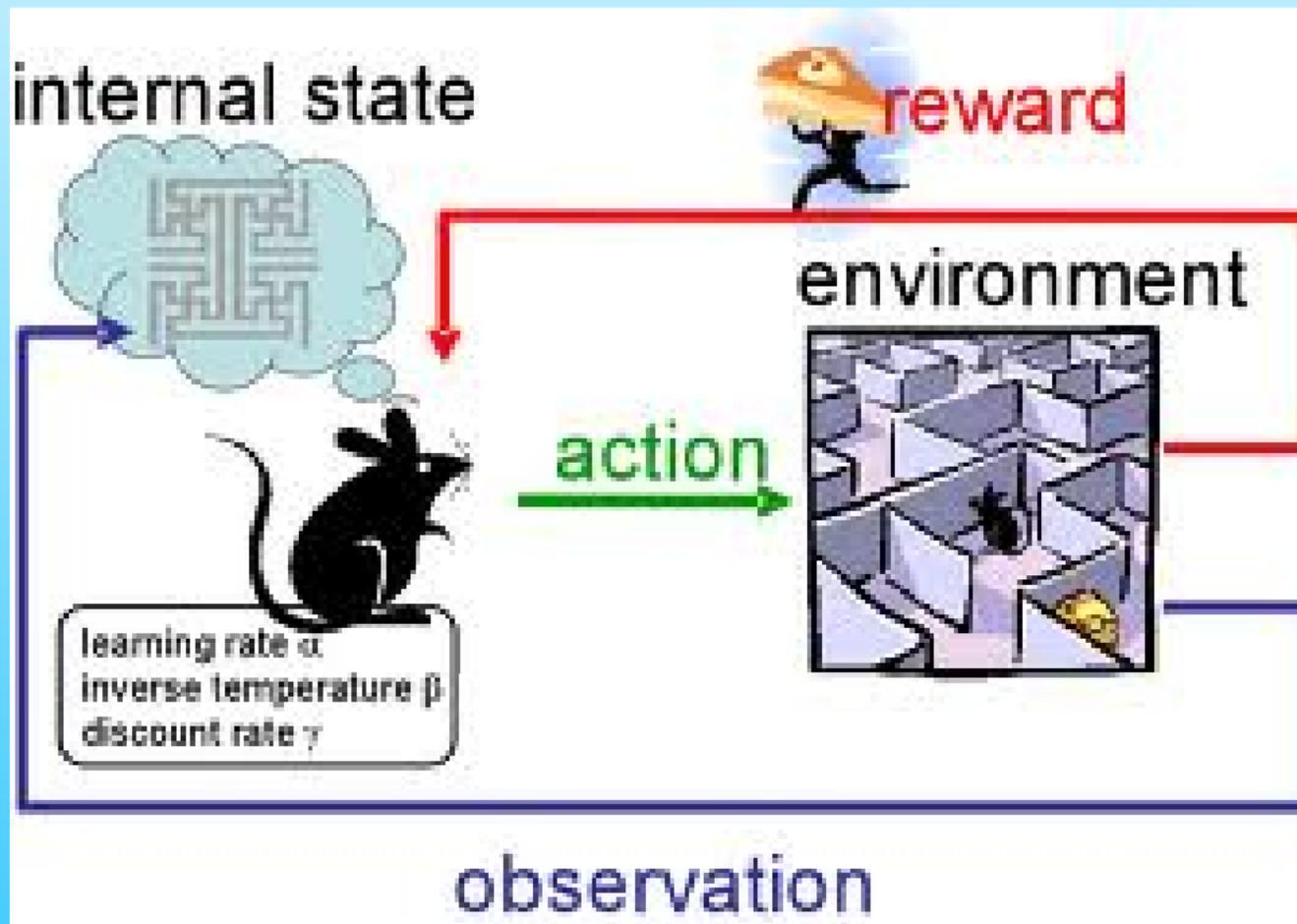
- un **agente** (intelligente?), che può
  - trovarsi in uno **stato  $s$**
  - eseguire una **azione  $a$**  (all'interno delle azioni possibili nello stato corrente)
- un **ambiente** tale che quando l'agente applica una azione  $a$  nello stato  $s$  restituisce
  - lo **stato successivo**
  - una **ricompensa  $r$** , che può essere positiva (+), negativa (-), o neutra (0)

Scopo dell'agente è quello di massimizzare la ricompensa

$$\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_{t+1} \text{ dove } 0 \leq \gamma < 1$$



scelta della strategia ottima





Principali paradigmi di apprendimento



Ingredienti fondamentali



Errore Empirico ed Errore I



# Ingredienti Fondamentali Apprendimento

Dati

(spazio delle istanze)



Spazio delle Ipotesi  $H$

- costituisce l'insieme delle funzioni che possono essere realizzate dal sistema di apprendimento
- si assume che la funzione da apprendere  $f$  possa essere rappresentata da una ipotesi

$h \in H$

(selezione di  $h$  attraverso i dati di apprendimento)

- o che almeno una ipotesi  $h$  sia simile a  $f$   
(approssimazione)



Algoritmo di ricerca  
nello spazio delle Ipotesi  
(algoritmo di apprendimento)



$h$  "ottima"

ipotesi restituita  
dall'apprendimento

Idati

pazio delle ista.

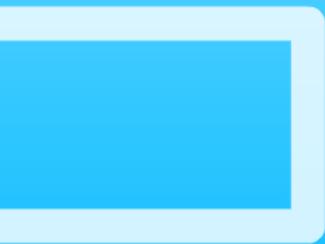
(selezione di  $h$  attr

- o che almeno un

(ap



Algoritmo di ricerca  
nello spazio delle Ipotesi  
(algoritmo di apprendimento)



# Fondamentali Apprendimento

## Spazio delle Ipotesi $H$

- costituisce l'insieme delle funzioni che possono essere realizzate dal sistema di apprendimento
- si assume che la funzione da apprendere  $f$  possa essere rappresentata da una ipotesi

$h \in H$

(selezione di  $h$  attraverso i dati di apprendimento)

- o che almeno una ipotesi  $h$  sia simile a  $f$   
(approssimazione)

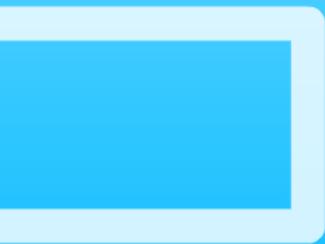
(selezione di  $h$  attr

- o che almeno un

(ap



Algoritmo di ricerca  
nello spazio delle Ipotesi  
(algoritmo di apprendimento)



$L$  "ottima"

ipotesi restituita  
dall'apprendimento

ATTENZIONE!!

azio delle ipotesi  $H$  no

# ATTENZIONE!!

lo spazio delle ipotesi  $H$  non può coincidere con l'insieme di tutte le funzioni possibili e la ricerca essere esaustiva



essere esaustiva



Apprendimento Inutile !!

Bias Induttivo

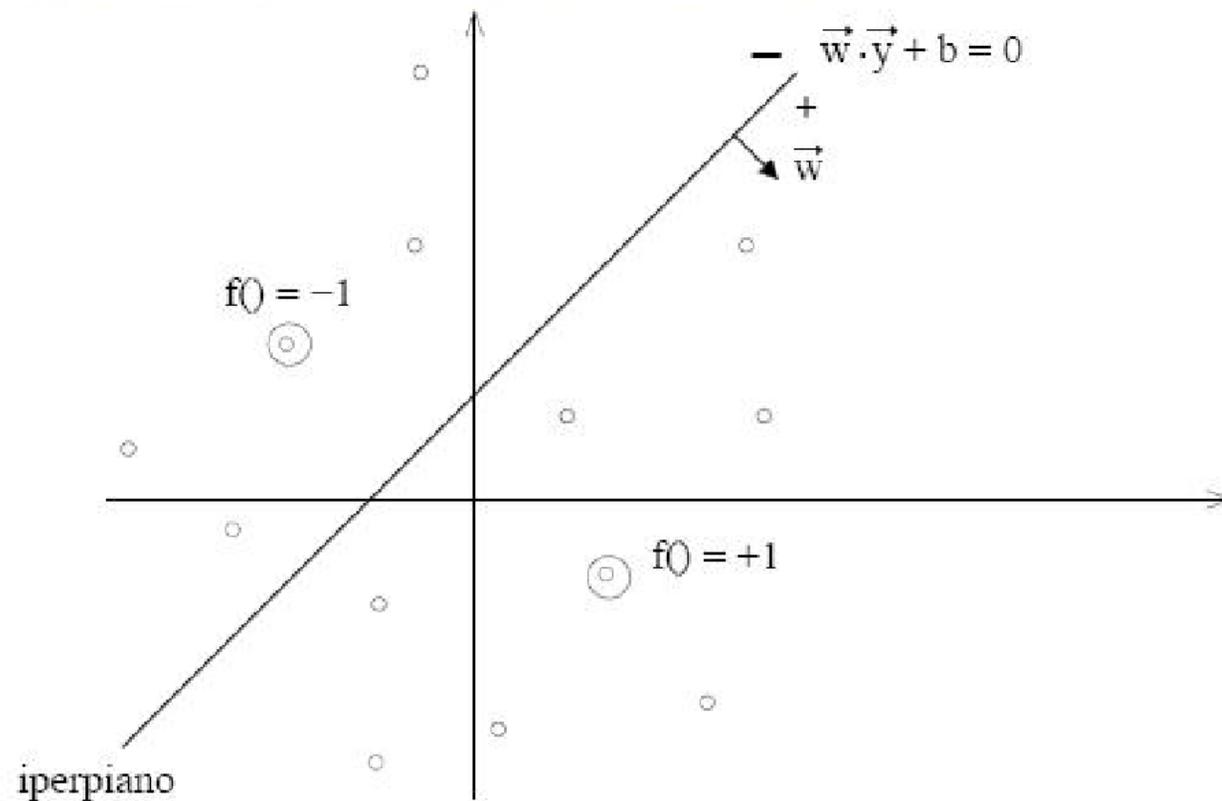
## Bias Induttivo

- sulla rappresentazione ( $H$ )
- sulla ricerca (alg. apprendimento)

# Spazio delle Ipotesi: Esempio 1

Iperpiani in  $\mathbb{R}^2$

- Spazio delle Istanze  $\rightarrow$  punti nel piano:  $X = \{\vec{y} \in \mathbb{R}^2\}$
- Spazio delle Ipotesi  $\rightarrow$  dicotomie indotte da iperpiani in  $\mathbb{R}^2$ :  
 $\mathcal{H} = \{f_{(\vec{w}, b)}(\vec{y}) \mid f_{(\vec{w}, b)}(\vec{y}) = \text{sign}(\vec{w} \cdot \vec{y} + b), \vec{w} \in \mathbb{R}^2, b \in \mathbb{R}\}$



## Esempio 1

$\mathbb{R}^2$

in  $\mathbb{R}^2$ :

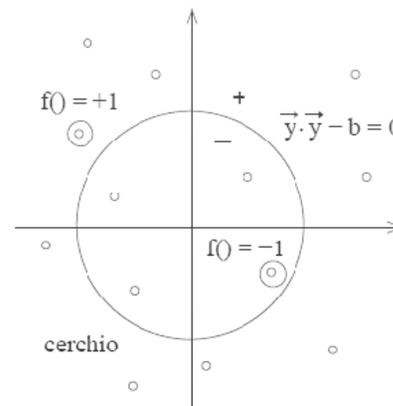
$\vec{w} \in \mathbb{R}^2, b \in \mathbb{R}$

$\vec{y} \cdot \vec{w} + b = 0$

## Spazio delle Ipotesi: Esempio 2

Dischi in  $\mathbb{R}^2$

- Spazio delle Istanze  $\rightarrow$  punti nel piano:  $X = \{\vec{y} \in \mathbb{R}^2\}$
- Spazio delle Ipotesi  $\rightarrow$  dicotomie indotte da dischi in  $\mathbb{R}^2$  centrati nell'origine:  
 $\mathcal{H} = \{f_b(\vec{y}) \mid f_b(\vec{y}) = \text{sign}(\vec{y} \cdot \vec{y} - b), b \in \mathbb{R}\}$



## Spazio

Congiunzione di  $m$  letterali po

- Spazio delle Istanze  $\rightarrow$  string
- Spazio delle Ipotesi  $\rightarrow$  tutte  
 $l_1, \dots, l_m$  ( $l_1$  è vero se il pr  
contengono solo l'operatore

$\mathcal{H} = \{f_{\{i_1, \dots, i_j\}}(s) \mid f_{\{i_1, \dots, i_j\}}$

Es.  $m = 3, X = \{0, 1\}^3$

Esempi di istanze  $\rightarrow s_1 = 101$

Esempi di ipotesi  $\rightarrow h_1 \equiv l_2, h$

Notare che:  $h_1, h_2, e h_5$  sono t

$h_4$  è vera per  $s_1$  e  $s_4$  ma falsa p

## Esempio 2

$\mathbb{R}^2$

$\mathbb{R}^2$  centrati nell'origine:

o

b=0

o

→

## Spazio delle Ipotesi: Esempio 3

Congiunzione di  $m$  letterali positivi

- Spazio delle Istanze  $\rightarrow$  stringhe di  $m$  bit:  $X = \{s | s \in \{0, 1\}^m\}$
- Spazio delle Ipotesi  $\rightarrow$  tutte le sentenze logiche che riguardano i letterali positivi  $l_1, \dots, l_m$  ( $l_1$  è vero se il primo bit vale 1,  $l_2$  è vero se il secondo bit vale 1, etc.) e che contengono solo l'operatore  $\wedge$  (**and**):

$$\mathcal{H} = \{f_{\{i_1, \dots, i_j\}}(s) | f_{\{i_1, \dots, i_j\}}(s) \equiv l_{i_1} \wedge l_{i_2} \wedge \dots \wedge l_{i_j}, \{i_1, \dots, i_j\} \subseteq \{1, \dots, m\}\}$$

Es.  $m = 3, X = \{0, 1\}^3$

Esempi di istanze  $\rightarrow s_1 = 101, s_2 = 001, s_3 = 100, s_4 = 111$

Esempi di ipotesi  $\rightarrow h_1 \equiv l_2, h_2 \equiv l_1 \wedge l_2, h_3 \equiv \text{true}, h_4 \equiv l_1 \wedge l_3, h_5 \equiv l_1 \wedge l_2 \wedge l_3$

Notare che:  $h_1, h_2$ , e  $h_5$  sono false per  $s_1, s_2$  e  $s_3$  e vere per  $s_4$ ;  $h_3$  è vera per ogni istanza;

$h_4$  è vera per  $s_1$  e  $s_4$  ma falsa per  $s_2$  e  $s_3$

Principali paradigmi di apprendimento



Ingredienti fondamentali

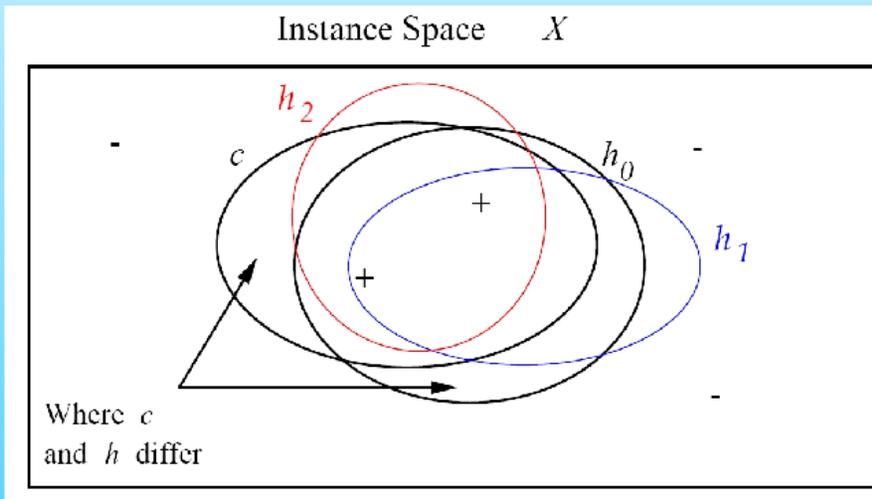


Errore Empirico ed Errore Ideale



Alcuni Modelli di Apprendimento

## Errore Empirico ed Errore Ideale



**Errore Ideale:**  
probabilità che  $h$  classifichi erroneamente un input selezionato dallo spazio delle istanze

(secondo la distribuzione di probabilità di occorrenza dell'input)

**Errore Empirico:**

(frazione del) numero di esempi classificati erroneamente da  $h$



# Overfitting

errore empirico( $h_1$ ) < errore empirico( $h_2$ )

ma

errore ideale( $h_1$ ) > errore ideale( $h_2$ )

# Problema dell'overfitting

pochi dati



tante ipotesi con stesso errore empirico ...  
... ma errore ideale maggiore o minore

Quale ipotesi scegliere ?

# Problema dell'underfitting

poche ipotesi



nessuna ipotesi "spiega" bene i dati



errore empirico alto!

Come rimediare?

## Soluzione

utilizzare uno spazio delle ipotesi che non sia

- né troppo semplice (underfitting)
- né troppo complesso (overfitting)

Occorre "misurare" la complessità dello spazio delle ipotesi

non è facile!!!

Occorre **misurare** la complessità dello spazio delle ipotesi

## Bound sull'Errore Ideale

$$\text{errore ideale}(h) < \text{errore empirico}(h) + e(N, VC(H), d)$$

$e(N, VC(H), d)$  è

- inversamente proporzionale a  $N$
- direttamente proporzionale a  $VC(H)$

**VC dimension**

misura di complessità di  $H$

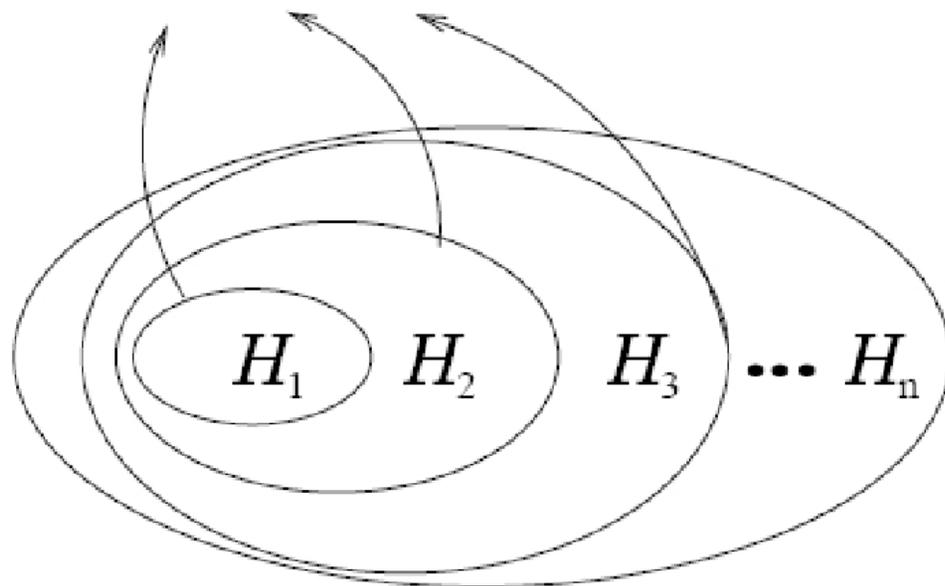
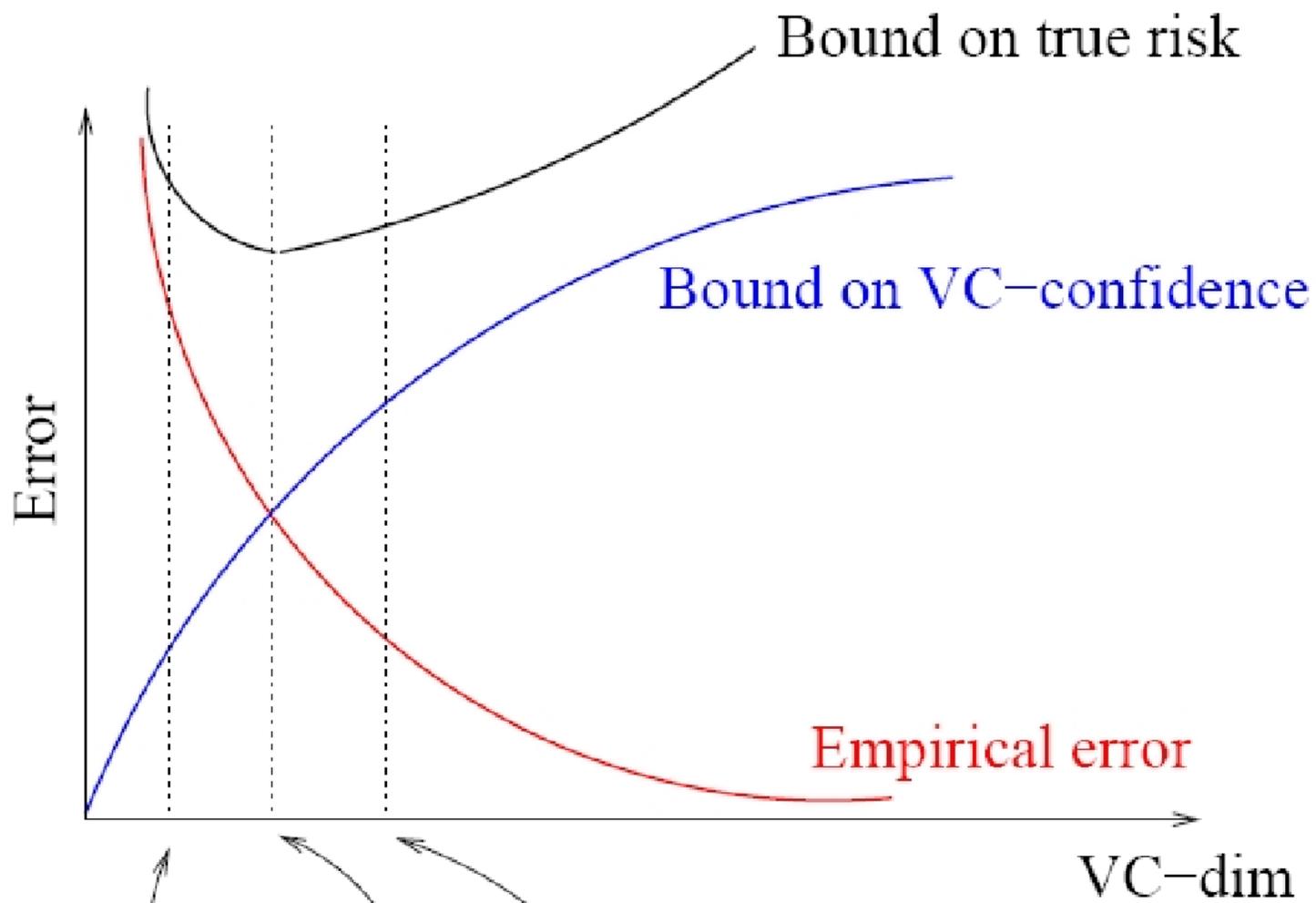


numero di esempi di apprendimento



il bound vale con probabilità  $1-d$





0



*Errore Empirico ed Errore Ideale*



*Alcuni Modelli di Apprendimento*

# Decision Trees

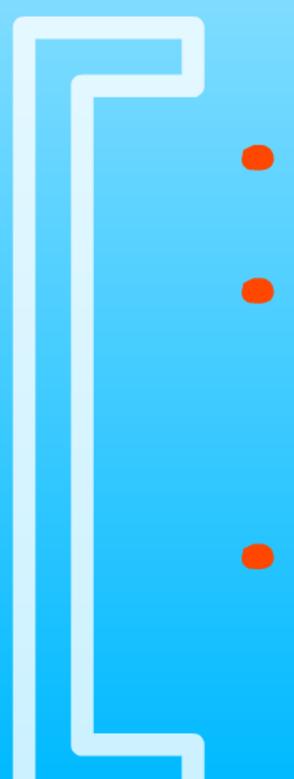


- istanze rappresentate da coppie attributo-valore
- classificazione multiclasse
- esempi di apprendimento possono contenere errori e/o valori mancanti

- nodo: test su attributo
- ramo: corrisponde ad un possibile valore dell'attributo
- foglia: classificazione



- istan
- attr
- class
- esen
- cont



- esempi di apprendimento possono contenere errori e/o valori mancanti

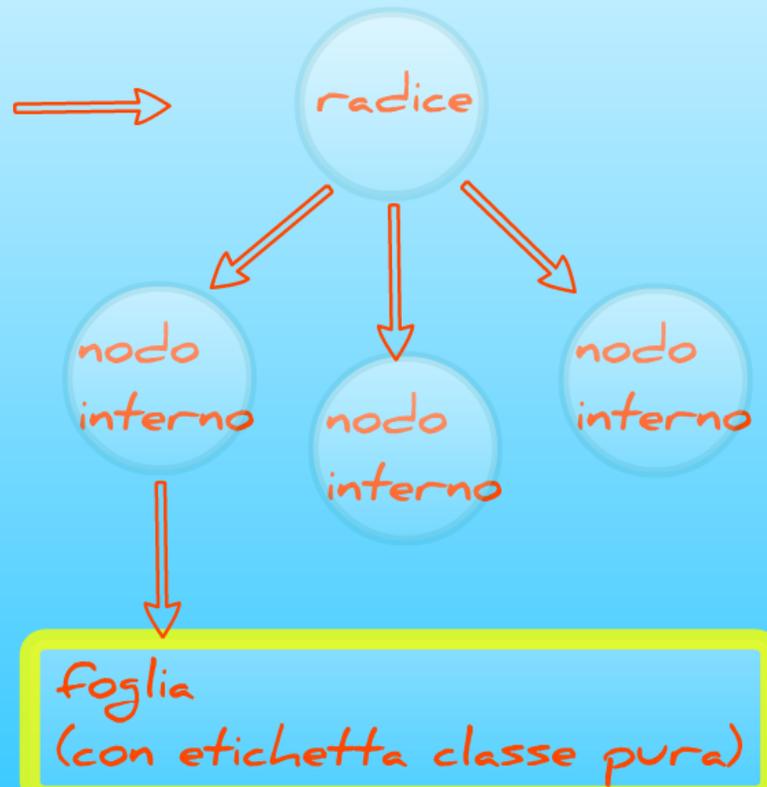
- nodo: test su attributo
- ramo: corrisponde ad un possibile valore dell'attributo
- foglia: classificazione

# Algoritmo di apprendimento

training set  $\longrightarrow$  scegli attributo più "discriminante"  $\longrightarrow$

partiziona training set usando i valori dell'attributo scelto

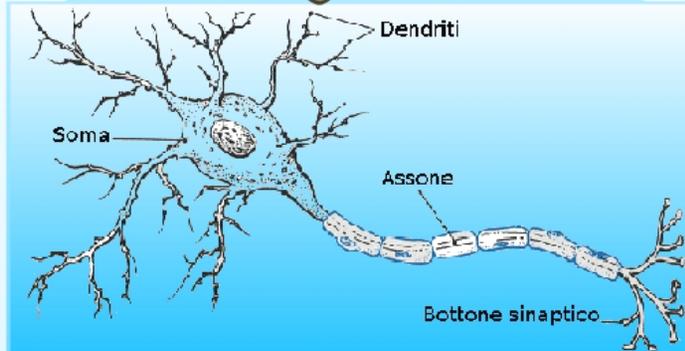
se un elemento della partizione contiene solo esempi della stessa classe (puro)



guadagno entropico

# Neural Networks

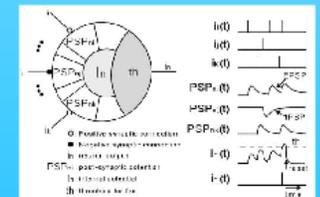
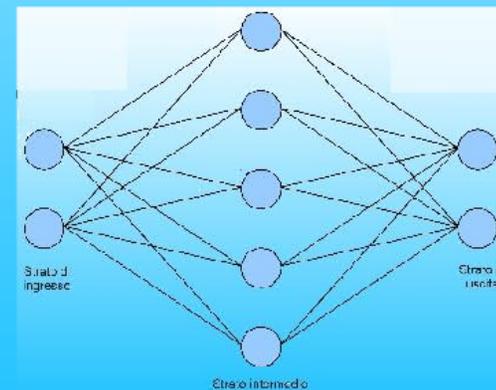
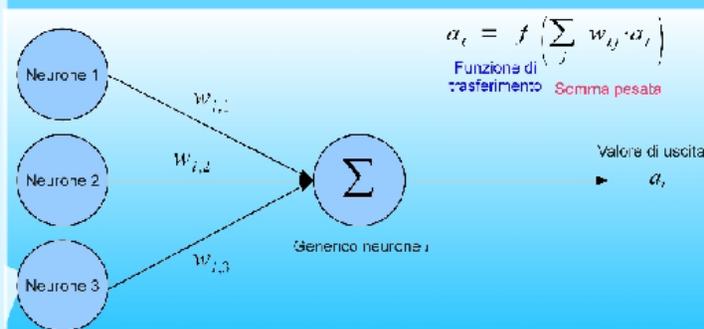
Neurone biologico



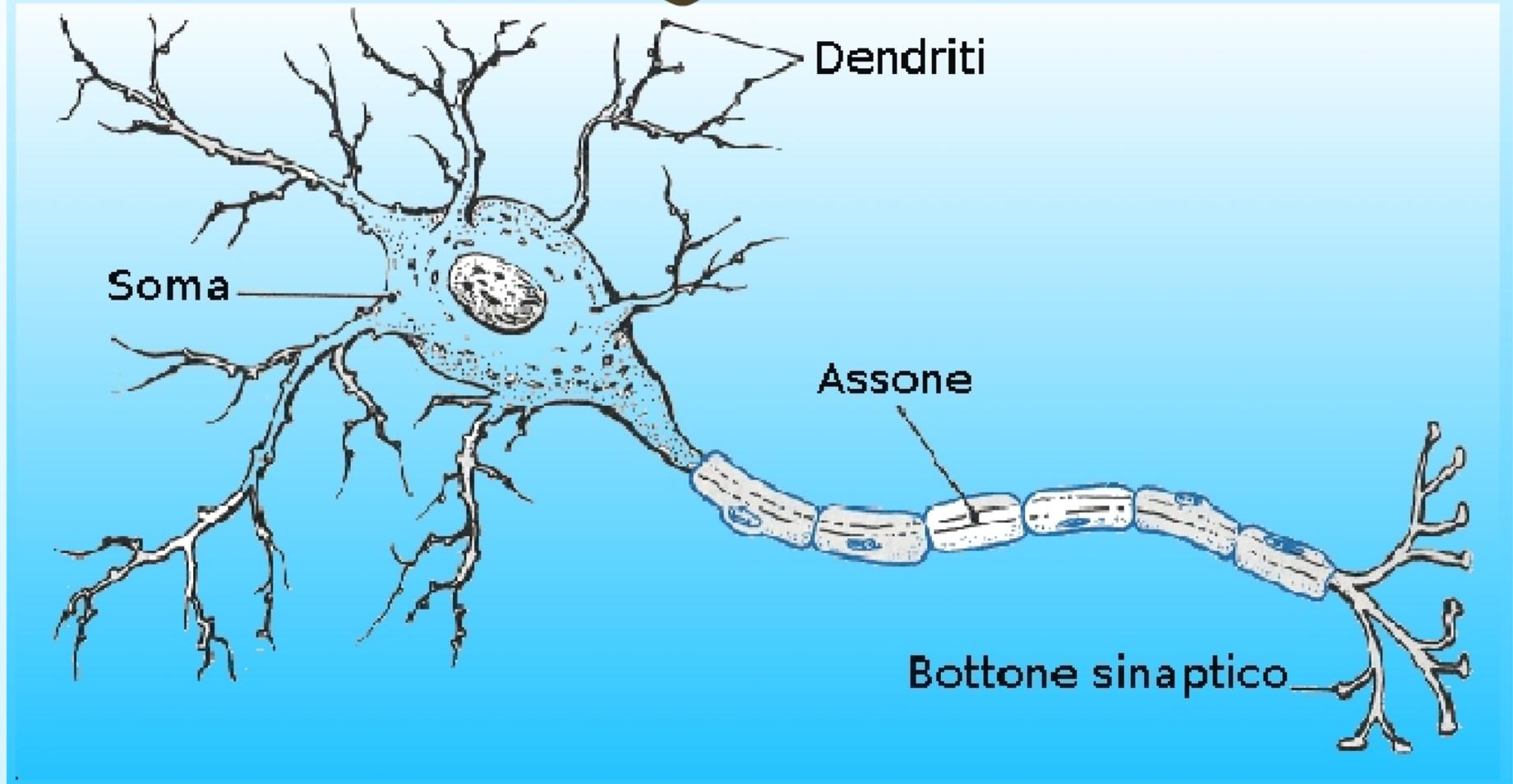
- si ispirano al cervello umano
- sia classificazione che regressione
- sia supervised che unsupervised
- adatte ad approssimare funzioni reali continue

Nikola Kasabov vi spiegherà anche la versione con spiking neurons!

Neurone artificiale

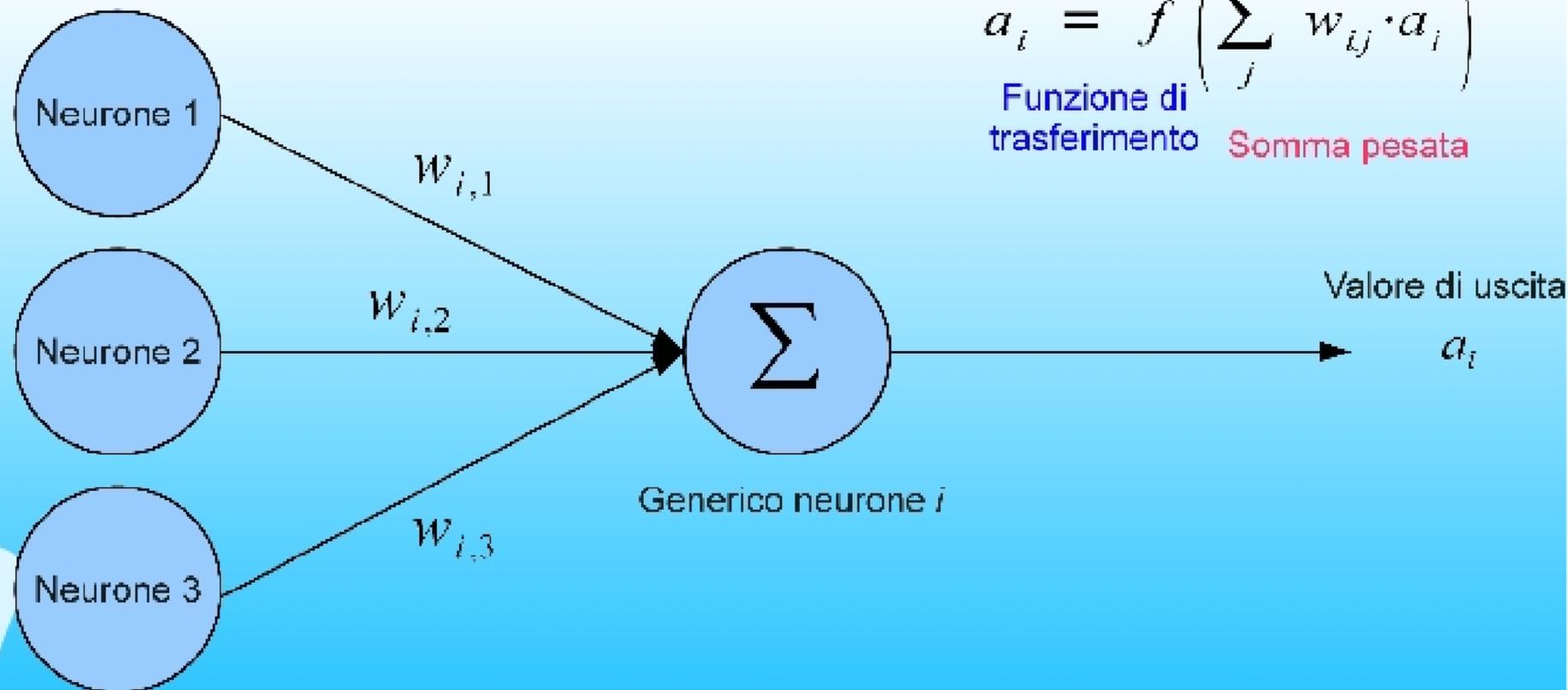


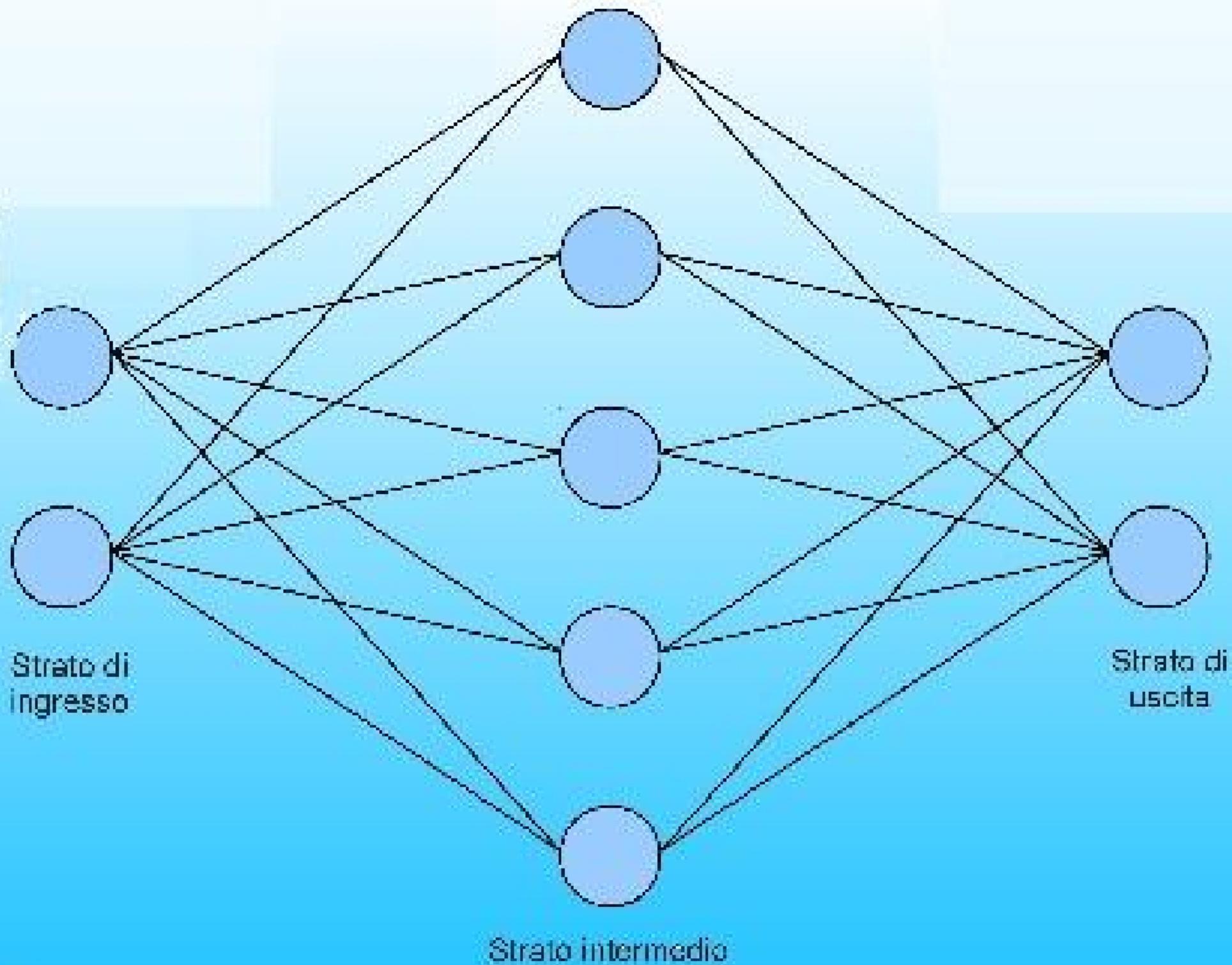
# Neurone biologico



# Neurone artificiale

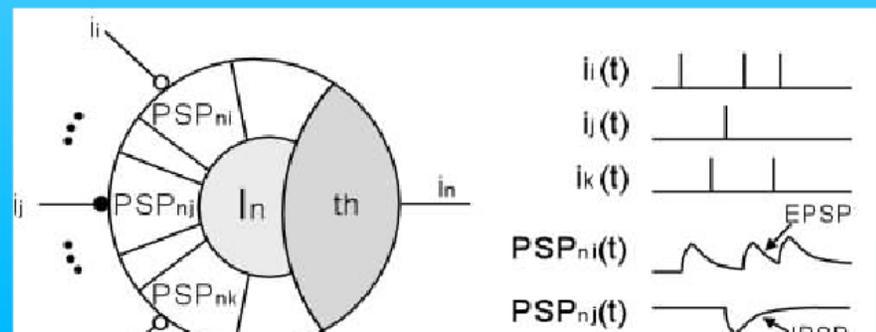
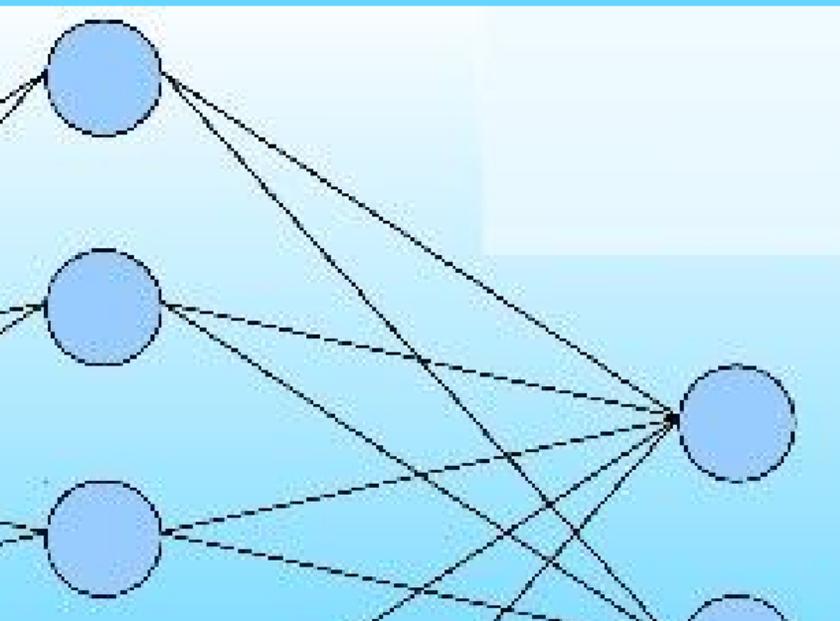
# Neurone artificiale

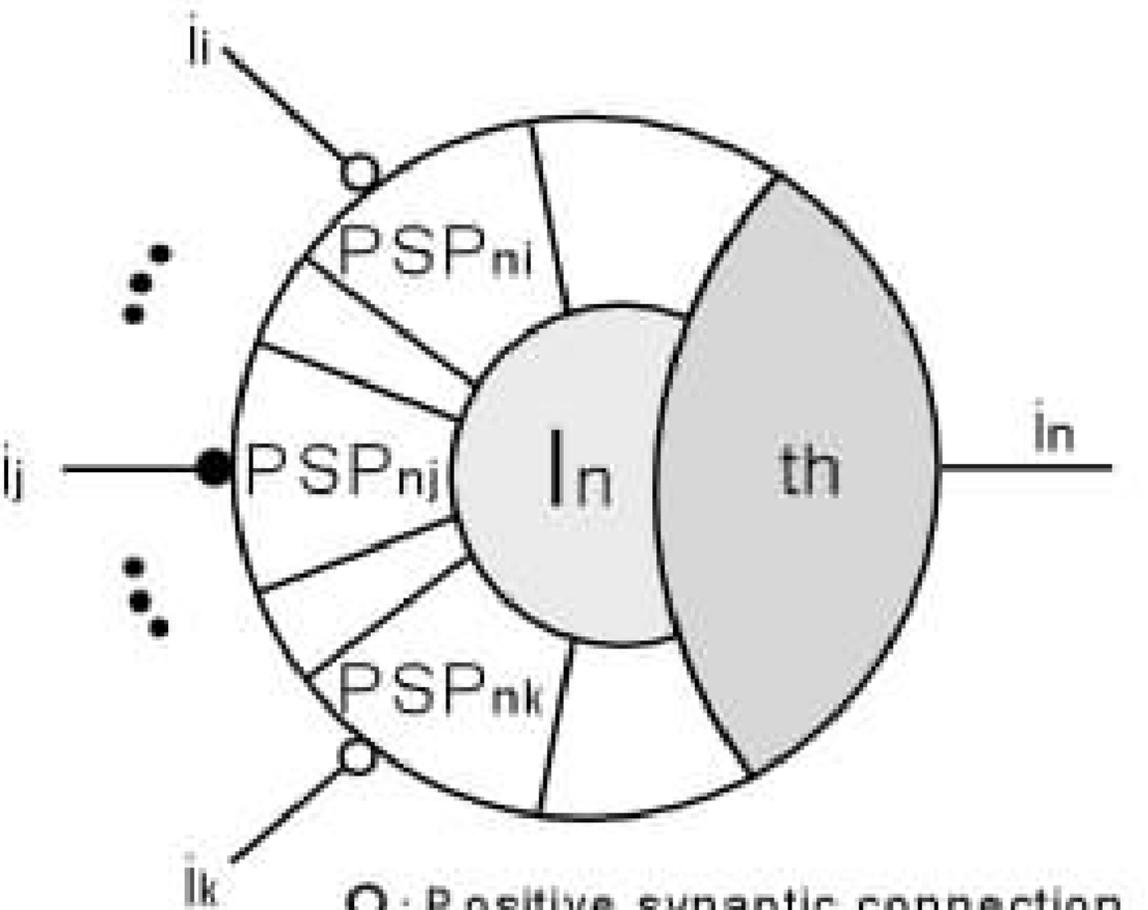




# che unsupervised prossimare funzioni

Nikola Kasabov vi spiegherà anche la  
versione con spiking neurons!





○ : Positive synaptic connection

● : Negative synaptic connection

$i_n$  : neuron output

$PSP_{ni}$  : post-synaptic potential

$I_n$  : internal potential

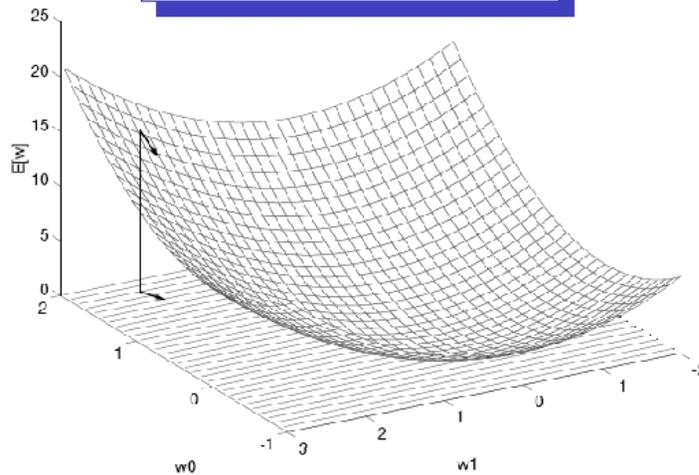
$th$  : threshold for fire



time

# Apprendimento

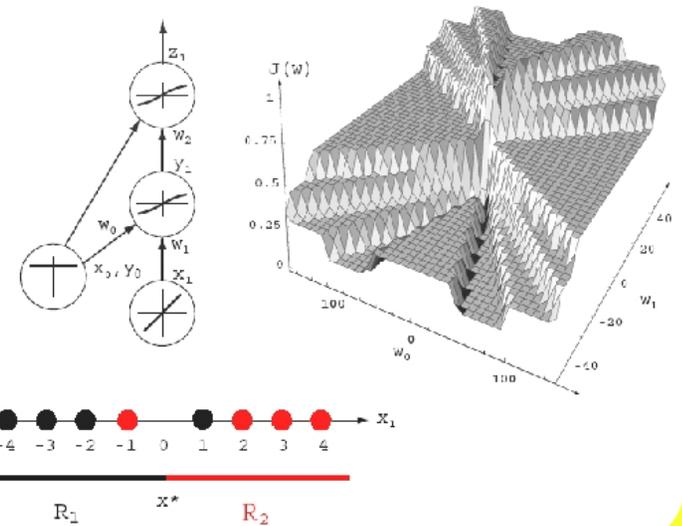
## Discesa di Gradiente



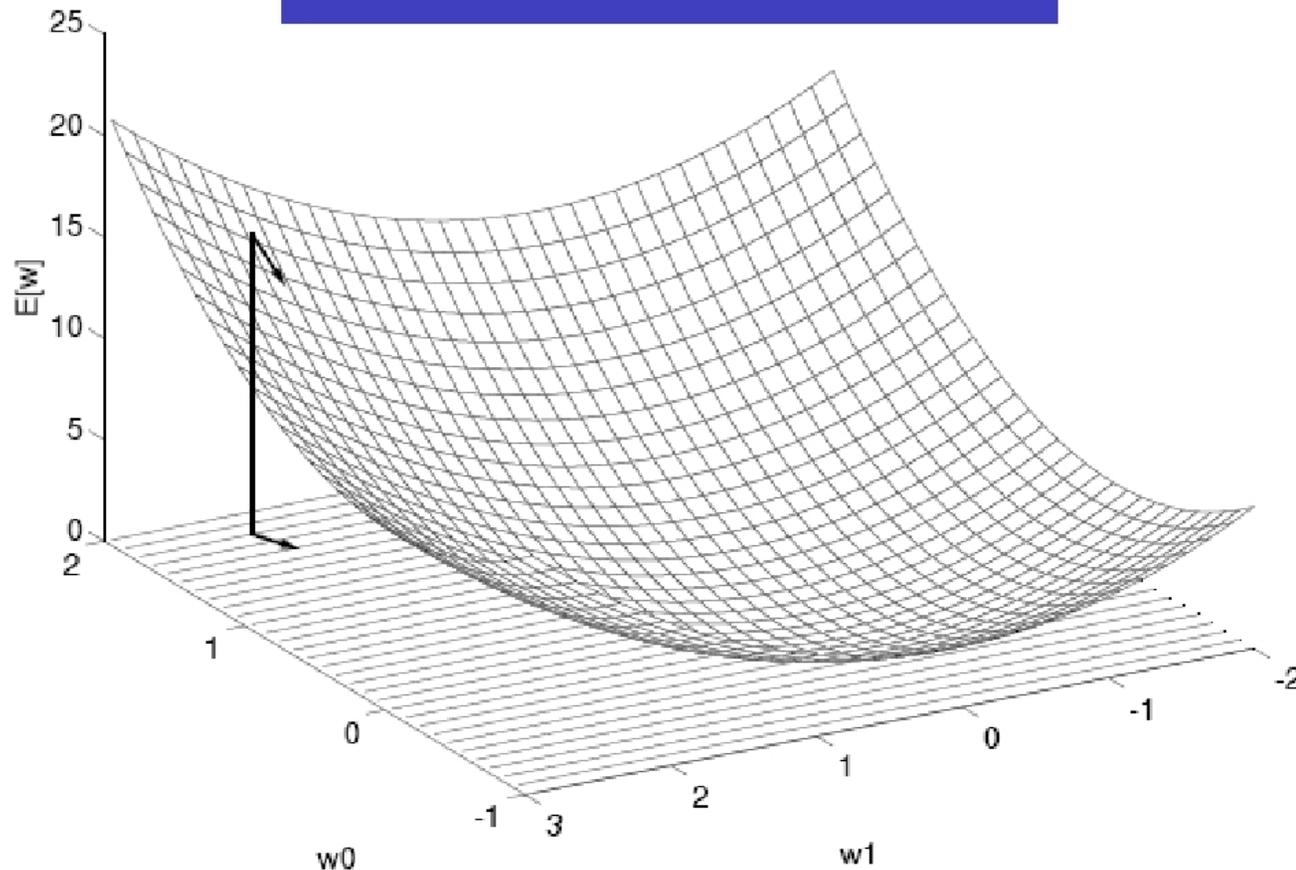
Idea base: partire da un  $\vec{w}$  random e modifi carlo nella direzione contraria al gradiente (che indica la direzione di crescita di  $E[\vec{w}]$ )

$$\underbrace{\nabla E[\vec{w}]}_{\text{gradiente}} \equiv \left[ \frac{\partial E}{\partial w_0}, \frac{\partial E}{\partial w_1}, \dots, \frac{\partial E}{\partial w_n} \right], \quad \Delta \vec{w} = -\eta \nabla E[\vec{w}], \quad \Delta w_i = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_i}$$

## Esempio di Funzione Errore



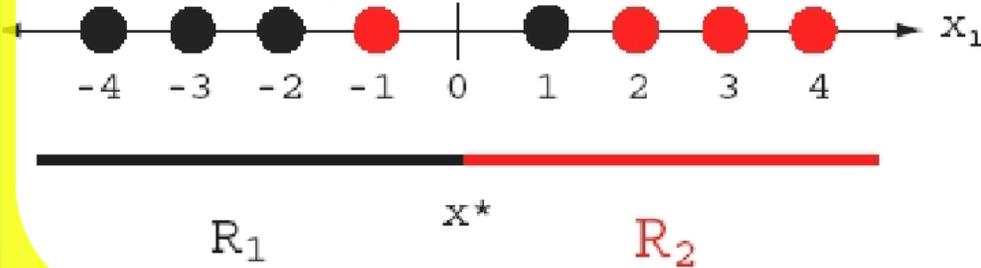
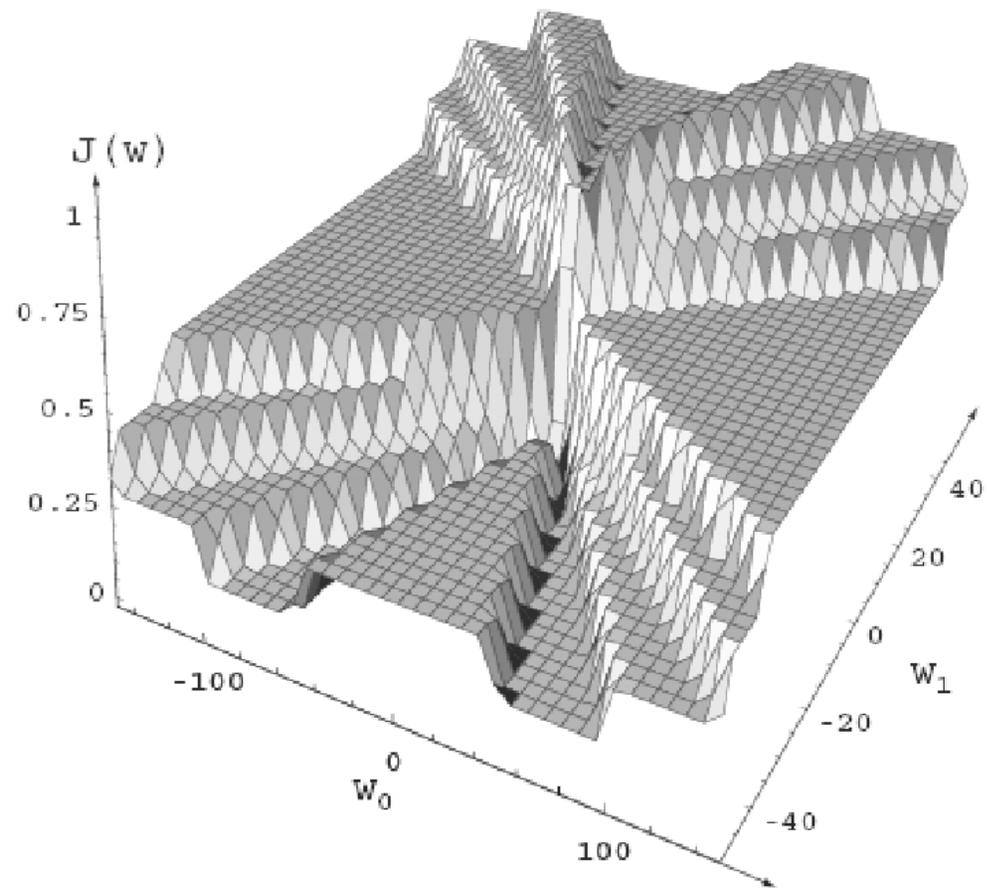
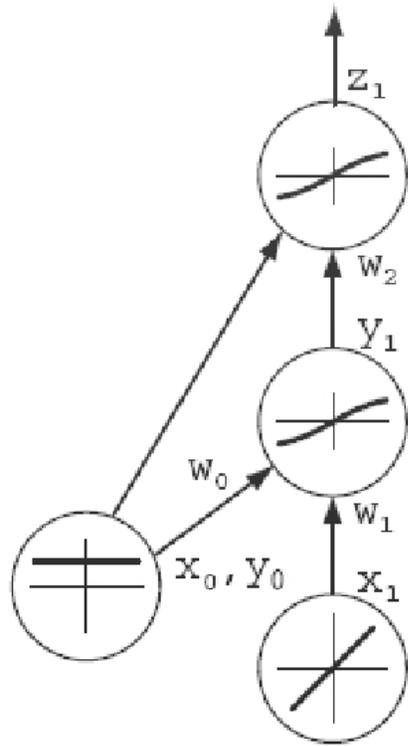
# Discesa di Gradiente



Idea base: partire da un  $\vec{w}$  random e modificarlo nella direzione contraria al gradiente (che indica la direzione di crescita di  $E[\vec{w}]$ )

$$\underbrace{\nabla E[\vec{w}]}_{\text{gradiente}} \equiv \left[ \frac{\partial E}{\partial w_0}, \frac{\partial E}{\partial w_1}, \dots, \frac{\partial E}{\partial w_n} \right], \quad \Delta \vec{w} = -\eta \nabla E[\vec{w}], \quad \Delta w_i = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_i}$$

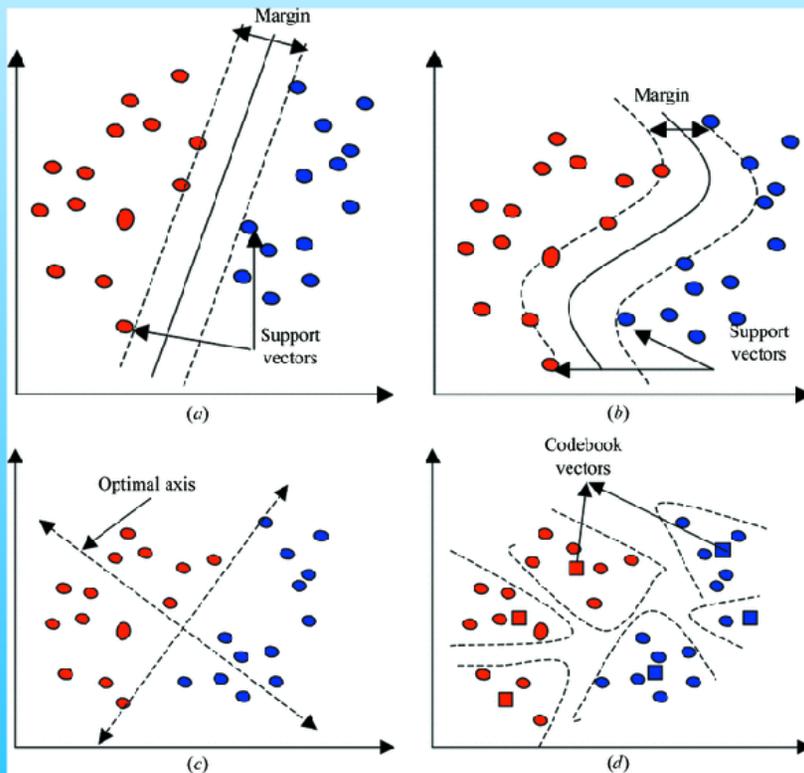
# Esempio di Funzione Errore



he

$\frac{\partial E}{\partial w_i}$

# Kernel Methods



- sia supervised che unsupervised
- sfruttano le funzioni kernel
- possono trattare direttamente dati strutturati
- fra le migliori tecniche di apprendimento automatico

# Apprendimento di Support Vector Machines

l'apprendimento consiste nel risolvere un problema di ottimizzazione vincolata

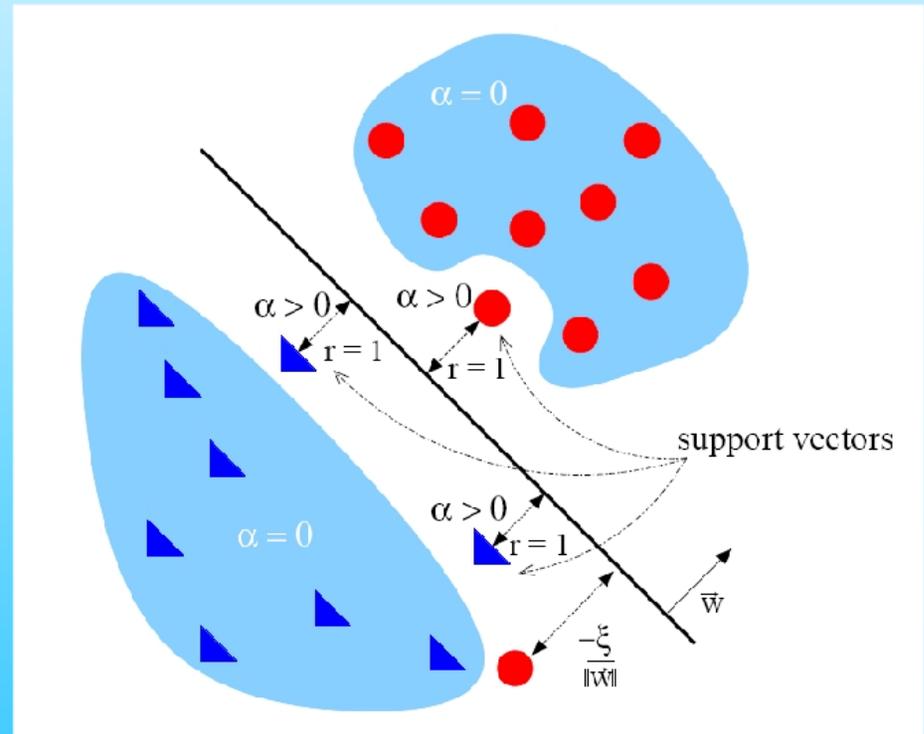
formulazione duale

$$\max_{\alpha} \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\vec{x}_i, \vec{x}_j)$$

soggetto a:  $\forall i \in \{1, \dots, n\} : 0 \leq \alpha_i \leq C$  e  $\sum_{i=1}^n y_i \alpha_i = 0$ .

$K(x,y)$  funzione kernel:

- calcola il grado di "similarità" fra  $x$  e  $y$
- si può definire anche su input strutturati

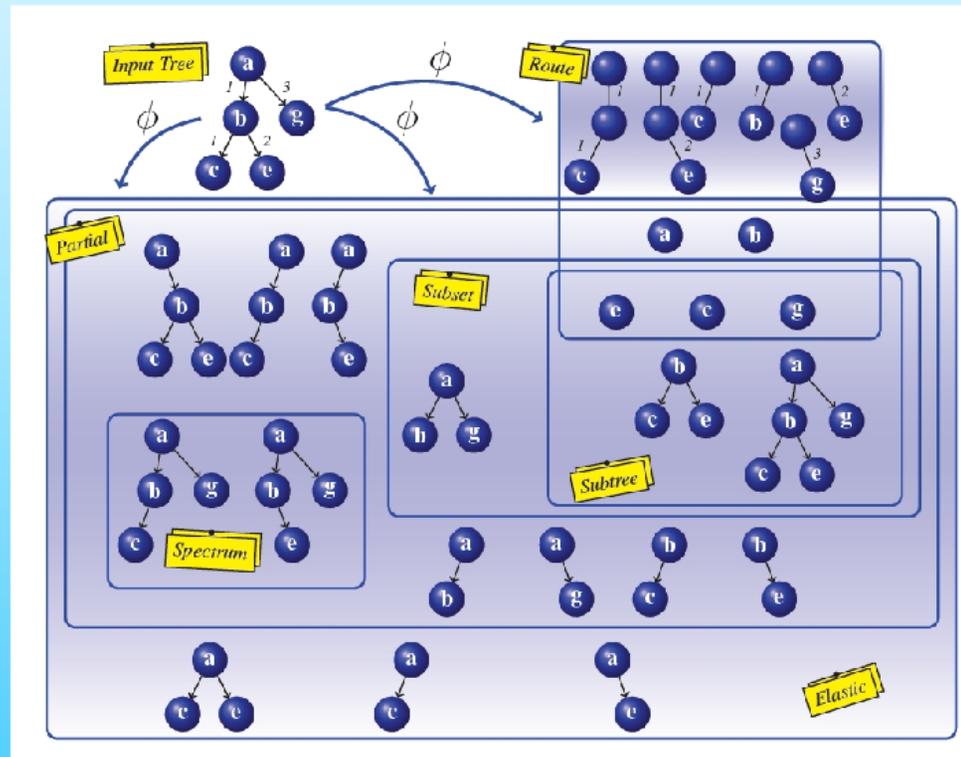


soggetto a:  $\forall i \in \{1, \dots, n\} : 0 \leq \alpha_i \leq C$  e  $\sum_{i=1}^n y_i \alpha_i$

$K(x, y)$  funzione kernel:

- calcola il grado di "similarità" fra  $x$  e  $y$
- si può definire anche su input strutturati

$$K(\text{albero}_1, \text{albero}_2) = \text{Phi}(\text{albero}_1) \cdot \text{Phi}(\text{albero}_2)$$



# Vedremo anche...

- Apprendimento Probabilistico
- Evolutionary Computation (Nikola Kasabov)
- Swarm Intelligence (Nikola Kasabov)
- Artificial Immune Systems (Nikola Kasabov)
- Mining Spatio-Temporal Data (Nikola Kasabov)
- On-line learning



e non finisce qui...