Informatica e Bioinformatica: AND, OR, NOT

Alessandro Sperduti

31 marzo 2014

Algebra di Boole

- L'algebra di Boole opera su due valori di verità, VERO e FALSO, mutuamente esclusivi.
- Nell'algebra di Boole è possibile definire funzioni (che chiameremo operazioni logiche) che prendono come input valori di verità (VERO, FALSO) e calcolano come risultato un valore di verità (VERO, FALSO)
- Esempio: la tabella di verità (così viene chiamata) sotto rappresenta la proposizione: *"metto il cappotto solo se piove e fa freddo"*.

Input *Piove*	Input *Fa Freddo*	Output *Metto Cappotto*
FALSO	FALSO	FALSO
FALSO	VERO	FALSO
VERO	FALSO	FALSO
VERO	VERO	VERO

Operatori Booleani

- Prenderemo in considerazione 3 tipi di operazioni logiche: AND, OR, NOT.
  - NOT prende 1 argomento in input, ad esempio A. NOT(A) è vera solamente se A=FALSO

Input A	NOT(A)
VERO	FALSO
FALSO	VERO

Operatori Booleani

- Prenderemo in considerazione 3 tipi di operazioni logiche: AND, OR, NOT.
  - NOT prende 1 argomento in input, ad esempio A. NOT(A) è vera solamente se A=FALSO
  - AND prende 2 argomenti in input, ad esempio A,B. A AND B è vera solamente se A=VERO e B=VERO

Input A	Input B	A AND B
FALSO	FALSO	FALSO
FALSO	VERO	FALSO
VERO	FALSO	FALSO
VERO	VERO	VERO

Operatori Booleani

- Prenderemo in considerazione 3 tipi di operazioni logiche: AND, OR, NOT.
  - NOT prende 1 argomento in input, ad esempio A. NOT(A) è vera solamente se A=FALSO
  - AND prende 2 argomenti in input, ad esempio A,B. A AND B è vera solamente se A=VERO e B=VERO
  - OR prende 2 argomenti in input, ad esempio A,B. A OR B è falsa solamente se A=FALSO e B=FALSO

Input A	Input B	A OR B
FALSO	FALSO	FALSO
FALSO	VERO	VERO
VERO	FALSO	VERO
VERO	VERO	VERO

Operatori Booleani

- Prenderemo in considerazione 3 tipi di operazioni logiche: AND, OR, NOT.
  - NOT prende 1 argomento in input, ad esempio A. NOT(A) è vera solamente se A=FALSO
  - AND prende 2 argomenti in input, ad esempio A,B. A AND B è vera solamente se A=VERO e B=VERO
  - OR prende 2 argomenti in input, ad esempio A,B. A OR B è falsa solamente se A=FALSO e B=FALSO

Input A	Input B	A OR B
FALSO	FALSO	FALSO
FALSO	VERO	VERO
VERO	FALSO	VERO
VERO	VERO	VERO

- Se associamo FALSO=0, VERO=1, possiamo applicare i risultati dell'algebra di Boole e costruire funzioni che operino su bit

Tabella di verità

- Quante tabelle di verità/funzioni con due input possono essere create?
- Cambiando un valore nella casella di output si definisce una nuova funzione
- Il numero di righe, e le prime due colonne, sono determinate da tutte possibili configurazioni dei valori di input

A	B	R1	R2	R3	R4	R5	R6	...	R16
0	0	0	1	0	0	0	1	...	1
0	1	0	0	1	0	0	1	...	1
1	0	0	0	0	1	0	0	...	1
1	1	0	0	0	0	1	0	...	1

- Quante sono le possibili configurazioni della colonna di output R? $2^4 = 16$ (2 rappresenta il numero di valori che un bit può assumere, 4 il numero di righe)

Esempi di funzioni logiche: Implicazione

- L'operazione di implicazione logica si denota con il simbolo $\Rightarrow$
- Corrisponde a proposizioni del tipo "se A allora B (se piove allora prendo l'ombrello)"

A	B	A $\Rightarrow$ B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- A $\Rightarrow$ B equivale a NOT(A) OR B (per mostrarlo basta verificare che le due tabelle di verità siano identiche):

A	B	NOT(A)	NOT(A) OR B
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

Esempi di funzioni logiche: Equivalenza

- L'operazione di equivalenza logica si denota con il simbolo $\equiv$
- Corrisponde a proposizioni del tipo "A se e solo se B (solo se piove prendo l'ombrello)"

A	B	A $\equiv$ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- A $\equiv$ B equivale a (A $\Rightarrow$ B) AND (B $\Rightarrow$ A)

A	B	A $\Rightarrow$ B	B $\Rightarrow$ A	(A $\Rightarrow$ B) AND (B $\Rightarrow$ A)
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

Esercizio

Scrivere un frammento di codice in Python dove si realizzano le tabelle di verità di AND, OR, e NOT come dizionari: la chiave è costituita dalla stringa di 2 bit in ingresso, il valore associato è dato dal risultato dell'operatore logico implementato.