Ricerca in uno spazio di soluzioni

Outline

- ♢ Formulazione del problema
- ♢ Esempi di problemi
- ♢ Alcuni algoritmi di ricerca

Esempio: Romania

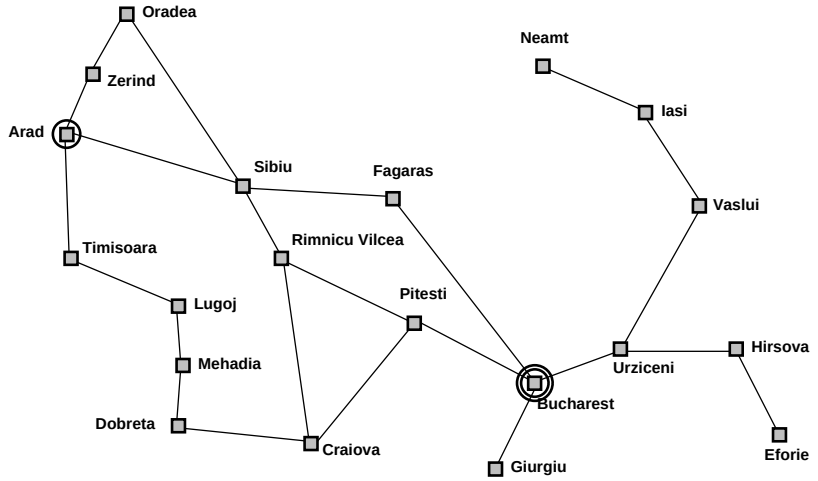
In vacanza in Romania, ora ad Arad.
Il volo parte domani da Bucharest

Formulare il goal:
essere a Bucharest

Formulate il problema:
stati: varie citta'
operatori: viaggi tra le citta'

Tovare una soluzione:
sequenza di citta', esempio: Arad, Sibiu, Fagaras, Bucharest

Esempio: Romania



Formulazione del problema (singoli stati)

Un *problema* e' definito da quattro elementi:

stato iniziale es.: "ad Arad"

operatori (o *funzione successore* $S(x)$)
es.: Arad $\rightarrow$ Zerind Arad $\rightarrow$ Sibiu etc.

Un test per il goal, puo' essere
esplicito, es.: $x =$ "a Bucharest"
implicito, es.: Bucharest(x)

costo di un cammino (additivo)
es.: somma di distanze, numero di operatori eseguiti, ...

Una *soluzione* e' una sequenza di operatori
che porta dallo stato iniziale ad uno stato di goal

Selezionare uno spazio degli stati

Il mondo reale e' molto complesso
$\Rightarrow$ lo spazio degli stati deve essere *astratto* per risolvere il problema

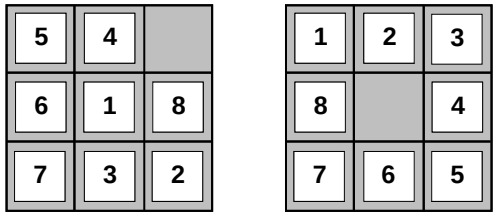
Stato (astratto) = insieme di stati reali

Operatore (astratto) = combinazione complessa di azioni reali
es.: "Arad $\rightarrow$ Zerind" rappresenta un insieme complesso
di possibili strade, detour, fermate, ...
Per garantire la realizzabilita', qualsiasi stato reale "in Arad"
deve portare a *qualche* stato reale "in Zerind"

Soluzione (astratta) =
insieme di cammini reali che sono soluzioni in quel mondo reale

Ogni azione astratta dovrebbe essere "piu' semplice" del problema originale.

Esempio: il puzzle

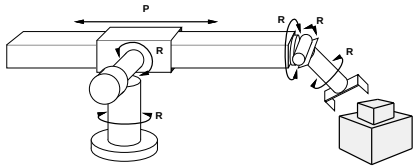


Start State Goal State

stati??: caselle (ignora posizioni intermedie)
operatori??: mossa del bianco a sinistra, destra, alto, basso
test per il goal??: = stato di goal (dato)
costo di un cammino??: 1 per mossa

[Nota: soluzione ottima e' NP-hard]

Esempio: assemblaggio robotico



stati??: coordinate reali
degli snodi del robot e delle parti dell'oggetto da assemblare

operatori??: mosse continue degli snodi del robot

test per il goal??: assemblaggio completo

costo di un cammino??: tempo per eseguire il tutto

Algoritmi di ricerca

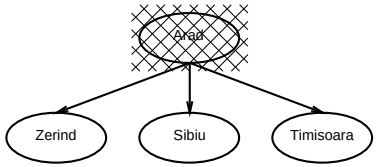
Idea di base:

offline, esplorazione simulata dello spazio degli stati
generando successori di stati gia' esplorati
(cioe' *espandendo* stati)

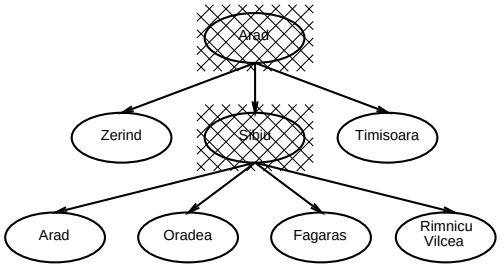
function GENERAL-SEARCH(*problem, strategy*) **returns** a solution, or failure
initialize the search tree using the initial state of *problem*
loop do
if there are no candidates for expansion **then return** failure
choose a leaf node for expansion according to *strategy*
if the node contains a goal state **then return** the corresponding solution
else expand the node and add the resulting nodes to the search tree
end

Esempio di ricerca

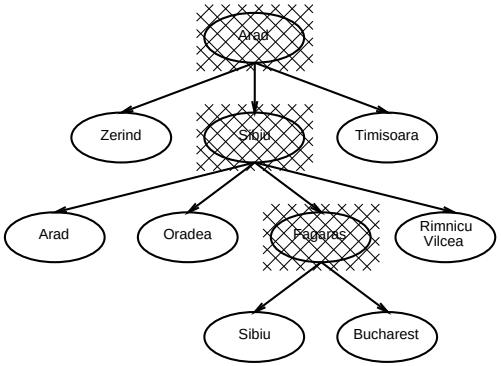
Esempio di ricerca



Esempio di ricerca



Esempio di ricerca



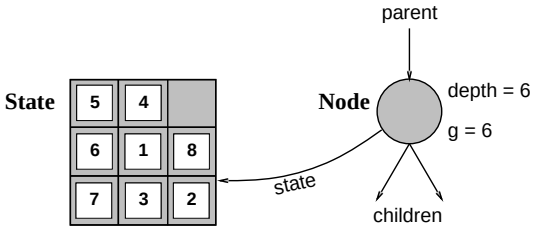
Implementazione degli algoritmi di ricerca

function GENERAL-SEARCH(*problem*, QUEUING-FN) **returns** a solution, or failure

nodes ← MAKE-QUEUE(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[*problem*]))
loop do
if *nodes* is empty **then return** failure
node ← REMOVE-FRONT(*nodes*)
if GOAL-TEST[*problem*] applied to STATE(*node*) succeeds **then return** *node*
nodes ← QUEUING-FN(*nodes*, EXPAND(*node*, OPERATORS[*problem*]))
end

Implementazione: stati vs. nodi

Uno *stato* e' una rappresentazione di una configurazione fisica
Un *nodo* e' una struttura dati che fa parte di un albero di ricerca
include *genitori, figli, profondita', costo del cammino* $g(x)$
Stati non hanno genitori, figli, ...



La funzione EXPAND crea nuovi nodi, riempiendo i vari campi e usando gli OPERATORS (o SUCCESSORFN) del problema per creare gli stati corrispondenti.

Strategie di ricerca

Una strategia e' definita scegliendo un *ordine di espansione dei nodi*

Le strategie sono valutate secondo le seguenti dimensioni:
completezza—trova sempre una soluzione se ne esiste una?
complessita' in tempo—numero di nodi generati/espansi
complessita' in spazio—massimo numero di nodi in memoria
ottimalita'—trova sempre una soluzione di costo minimo?

La complessita' in spazio e tempo sono misurate in termini di
b—massimo fattore di branching dell'albero di ricerca
d—profondita' della soluzione di costo minimo
m—massima profondita' dello spazio degli stati (puo' essere ∞)

Strategie di ricerca non informate

Le strategie *non informate* usano solo l'informazione disponibile nella definizione del problema

Ricerca breath-first

Ricerca con costo uniforme

Ricerca depth-first

Ricerca depth-limited

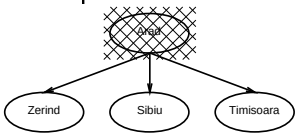
Ricerca iterative deepening

Ricerca breadth-first

Espande sempre il nodo meno profondo

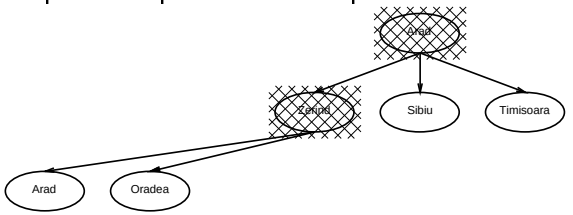
Ricerca breadth-first

Espande sempre il nodo meno profondo



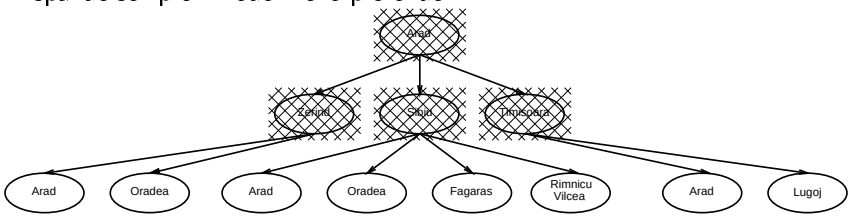
Ricerca breadth-first

Espande sempre il nodo meno profondo



Ricerca breadth-first

Espande sempre il nodo meno profondo



Proprieta' della ricerca breadth-first

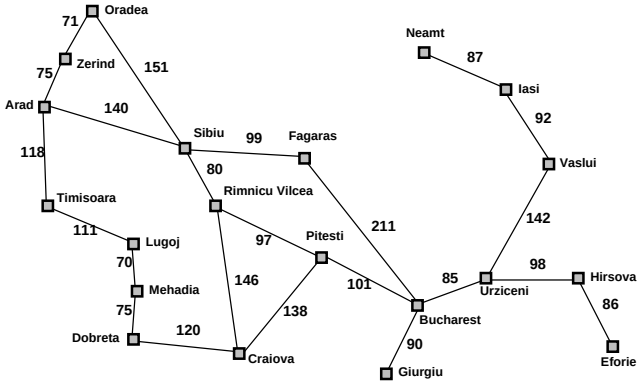
Completa?? Si (se b e' finito)

Tempo?? $1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d = O(b^d)$, cioe' esponenziale in d

Spazio?? $O(b^d)$ (mantiene ogni nodo in memoria)

Ottima?? Si (se costo $= 1$ per passo); non ottima in generale

Romania con costo dei passi in Km



Straight−line distance to Bucharest

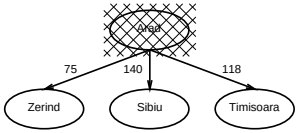
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

Ricerca a costo uniforme

Espande il nodo con costo minimo

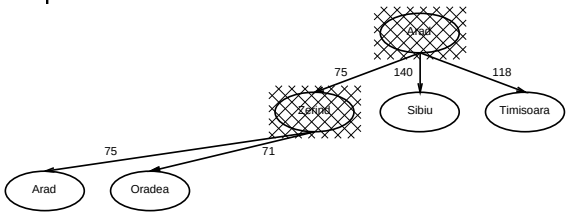
Ricerca a costo uniforme

Espande il nodo con costo minimo



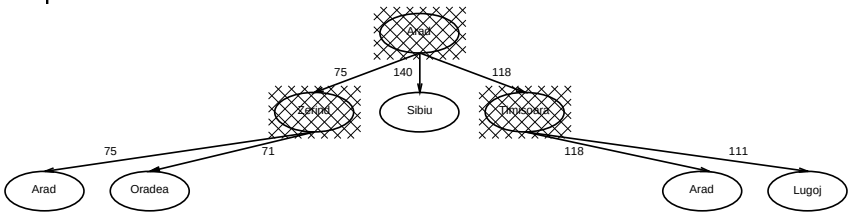
Ricerca a costo uniforme

Espande il nodo con costo minimo



Riceerca a costo uniforme

Espande il nodo con costo minimo



Proprieta' della ricerca a costo uniforme

Completa?? Si, se costo di un passo $\geq \epsilon$

Tempo?? # di nodi con $g \leq$ costo della soluzione ottima

Spazio?? # di nodi con $g \leq$ costo della soluzione ottima

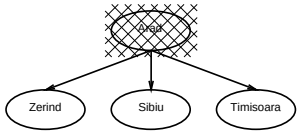
Ottima?? Si

Ricerca depth-first

Espande il nodo piu' profondo

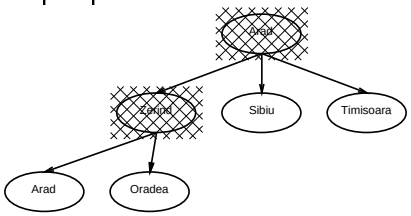
Ricerca depth-first

Espande il nodo piu' profondo



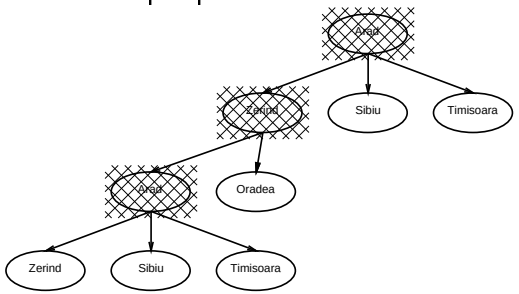
Ricerca depth-first

Espande il nodo piu' profondo



Ricerca depth-first

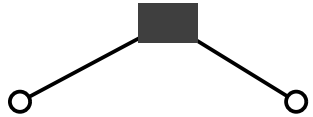
Espande il nodo piu' profondo



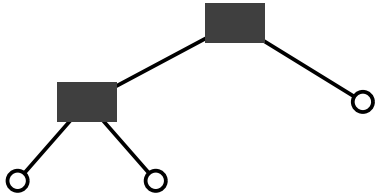
Nota: puo' avere dei cammini infiniti $\rightarrow$ ha bisogno di uno spazio di ricerca finito e non ciclico (o si deve controllare che gli stati non si ripetano)

DFS su un albero binario di profondita' 3

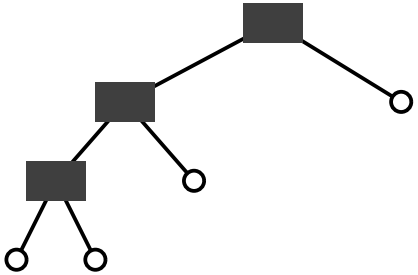
DFS su un albero binario di profondita' 3



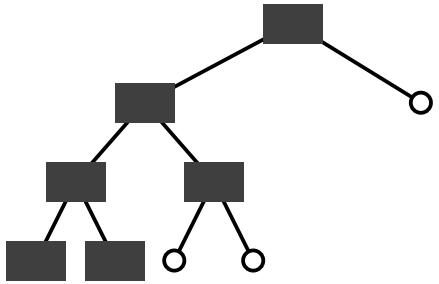
DFS su un albero binario di profondita' 3



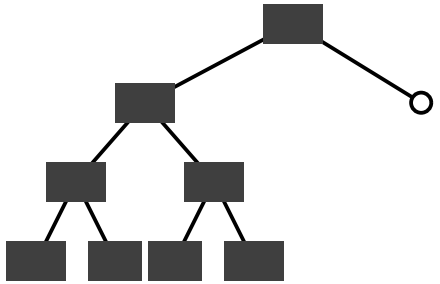
DFS su un albero binario di profondita' 3



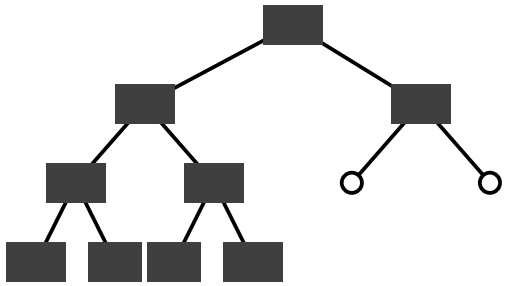
DFS su un albero binario di profondita' 3



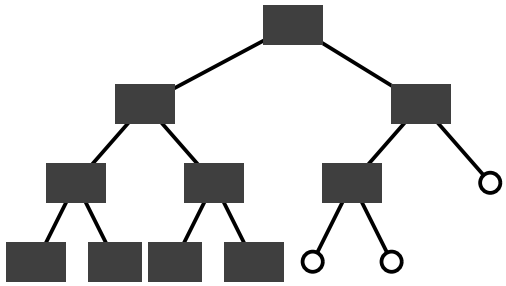
DFS su un albero binario di profondita' 3



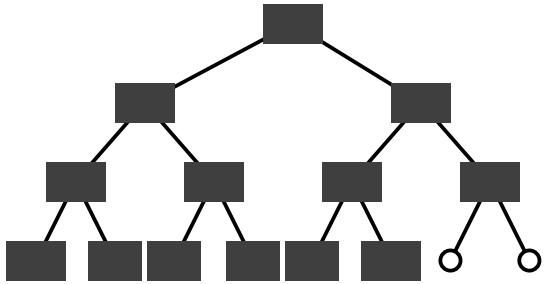
DFS su un albero binario di profondita' 3



DFS su un albero binario di profondita' 3



DFS su un albero binario di profondita' 3



Proprieta' della ricerca depth-first

Completa?? No: fallisce in spazi di profondita' infinita' e spazi con cicli
Modifica per evitare stati ripetuti lungo i cammini
$\Rightarrow$ completa in spazi finiti

Tempo?? $O(b^m)$: terribile se m e' molto piu' grande di d
ma se le soluzioni sono dense, puo' essere molto piu' veloce della ricerca breadth-first

Spazio?? $O(bm)$, cioe' lineare!

Ottima?? No

Ricerca depth-limited

= ricerca depth-first con profondita' limitata (a l)

Implementazione:
Nodi a profondita' l non hanno successori

Completa se l $\geq$ d.
Non ottima.
Tempo: $O(b^l)$
Spazio: $O(b \times l)$

Ricerca iterative deepening

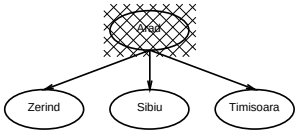
Prova tutti i possibili limiti di profondita'.

```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH(problem) returns a solution sequence
  inputs: problem, a problem
  for depth ← 0 to ∞ do
    result ← DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem, depth)
    if result ≠ cutoff then return result
  end
```

Ricerca iterative deepening con $l = 0$

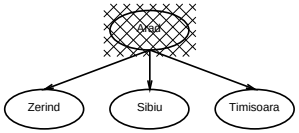
Ricerca iterative deepening con $l = 1$

Ricerca iterative deepening con $l = 1$

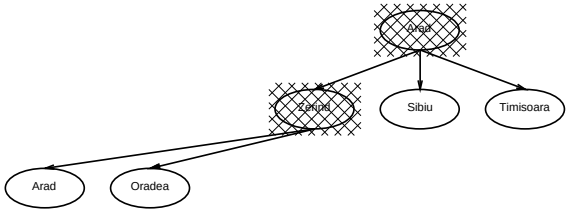


Ricerca iterative deepening con $l = 2$

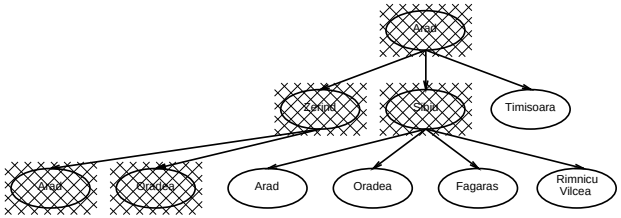
Ricerca iterative deepening con $l = 2$



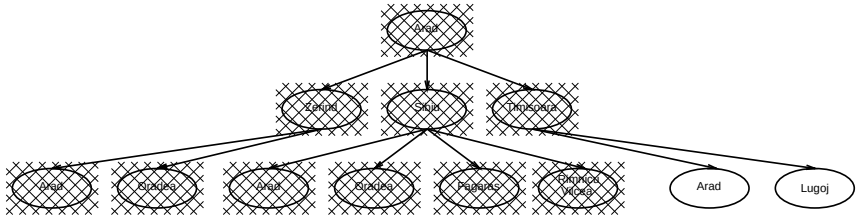
Ricerca iterative deepening con $l = 2$



Ricerca iterative deepening con $l = 2$



Ricerca iterative deepening con $l = 2$



Proprieta' della ricerca iterative deepening

Completa?? Si

Tempo?? $(d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \ldots + b^d = O(b^d)$

Spazio?? $O(bd)$

Ottima?? Si, se il costo di un passo e' 1.
Puo' essere modificata per esplorare l'albero a costo uniforme

Confronto tra le strategie

Criterio	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening
Tempo	b^d	b^d	b^m	b^l	b^d
Spazio	b^d	b^d	bm	bl	bd
Ottima ?	si	si	no	no	si
Completa ?	si	si	no	si, se $l \geq d$	si

Stati ripetuti

In molti problemi è impossibile evitare stati che si ripetono

Es.: azioni reversibili (vedi puzzle)

Questo problema si affronta di solito in 3 possibili modi:

- evitare di generare il nuovo nodo se e' uguale al nodo corrente (spazio: costante)
- evitare di generare il nuovo nodo se e' uno degli avi (nel cammino dalla radice al nodo corrente) (spazio: $O(d)$)
- evitare di generare il nuovo nodo se e' stato gia' generato (spazio: $O(b^d)$, in realta' $O(s)$)

Sommario

La formulazione del problema di solito richiede un'astrazione dai dettagli del mondo reale per definire uno spazio degli stati che possa essere esplorato

Varie strategie di ricerca non-informate

La ricerca iterative deepening usa spazio solo lineare
e non ha bisogno di molto piu' tempo delle altre strategie non informate