Esercizio del Corso di Sistemi per l'Elaborazione dell'Informazione

Apprendimento di Alberi di Decisione

Esercizio 1

a) dato il seguente insieme di apprendimento

Esempio	*Target*	A_1 (5 *val.*)	A_2 (3 *val.*)	A_3 (4 *val.*)	A_4 (9 *val.*)
1	+	v_1	v_1	v_4	v_1
2	+	v_1	v_3	v_2	v_2
3	−	v_2	v_1	v_1	v_5
4	+	v_2	v_2	v_4	v_4
5	−	v_3	v_2	v_4	v_3
6	+	v_3	v_1	v_2	v_6
7	+	v_4	v_3	v_1	v_9
8	−	v_4	v_2	v_4	v_9
9	−	v_5	v_1	v_4	v_1
10	+	v_5	v_3	v_2	v_5

mostrare come ID3 (con GainRatio(S,A)) costruisce l'albero di decisione corrispondente. Per ogni attributo calcolare $GainRatio(S, A)$ e giustificare la scelta dell'attributo utilizzato ad ogni nodo interno. (Ricordare che $\log(\frac{a}{b}) = \log(a) - \log(b)$ e $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$; usare $\log_2(3) = 1.585$ e $\log_2(5) = 2.32$;)

Risposta:

Entropia: 0.970951

Attributo A_1

valore 1:[+,-] 2 0, valore 2:[+,-] 1 1, valore 3:[+,-] 1 1, valore 4:[+,-] 1 1,

valore 5:[+,-] 1 1

Gain: 0.170951 Split: 2.321928 Ratio: 0.073624

Attributo A_2

valore 1:[+,-] 2 2, valore 2:[+,-] 1 2, valore 3:[+,-] 3 0

Gain: 0.295462 Split: 1.570951 Ratio: 0.188078

Attributo A_3

valore 1:[+,-] 1 1, valore 2:[+,-] 3 0, valore 3:[+,-] 0 0, valore 4:[+,-] 2 3

Gain: 0.285475 Split: 1.485475 Ratio: 0.192178

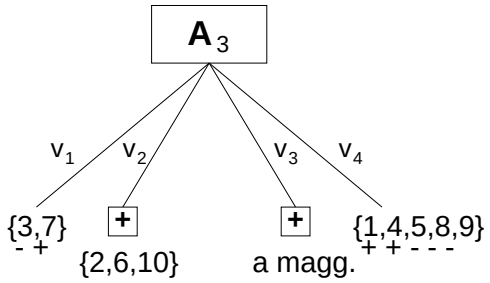
Attributo A_4

valore 1:[+,-] 1 1, valore 2:[+,-] 1 0, valore 3:[+,-] 0 1, valore 4:[+,-] 1 0,

valore 5:[+,-] 1 1, valore 6:[+,-] 1 0, valore 7:[+,-] 0 0, valore 8:[+,-] 0 0,

valore 9:[+,-] 1 1

Gain: 0.370951 Split: 2.721928 Ratio: 0.136282



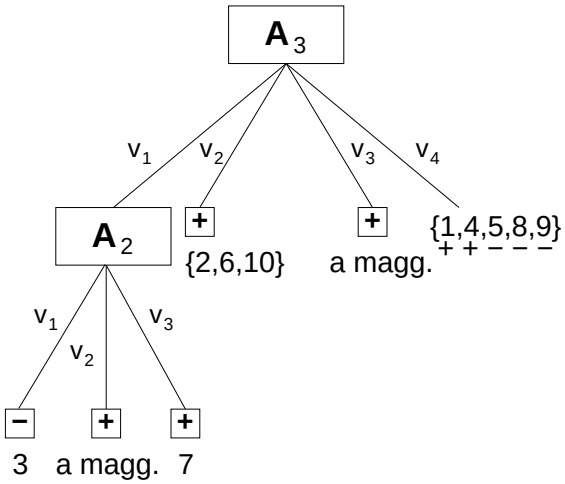
Quindi si sceglie l'attributo A_3 per la radice:

e rimangono i seguenti sottoinsiemi di esempi da elaborare:

$S_1 = \{3[-],7[+]\}$, $S_4 = \{1[+],4[+],5[-],8[-],9[-]\}$

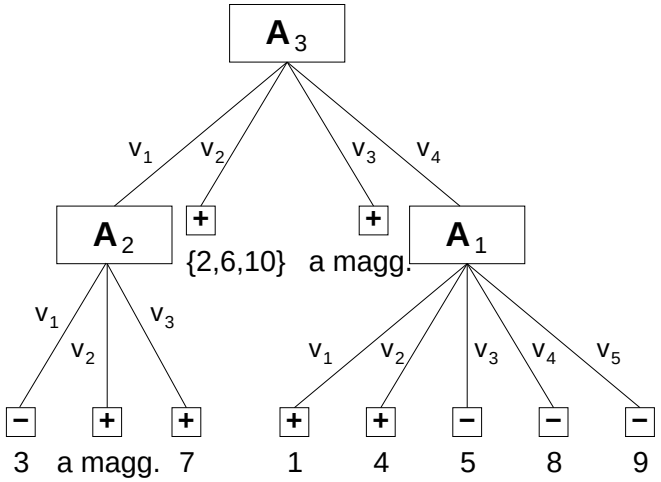
poiché S_2 origina una foglia con etichetta $+$, mentre S_3, essendo vuoto, origina, a maggioranza, una foglia con etichetta $+$.

Si nota facilmente che S_1 è classificato correttamente da A_1 o A_2. Supponendo di scegliere l'attributo che assume il numero minimo di valori distinti, cioè A_2, si ottiene il seguente albero parziale:



dove l'etichetta della foglia nel mezzo è stata decisa risalendo alla radice, visto che gli esempi associati al nodo non mostrano il prevalere di una etichetta sull'altra.

Infine, S_4 è chiaramente classificato correttamente da A_1:



Esercizio 2

b) dato il seguente insieme di apprendimento

Esempio	*Target*	*Out*	*Temp*	*Hum*	*Wind*
1	$-$	S	H	H	W
2	$-$	S	H	H	S
3	$+$	O	_	H	W
4	$+$	R	M	H	W
5	$+$	_	C	N	_
6	$-$	R	C	N	S
7	$+$	O	C	N	S
8	$-$	S	M	H	W
9	$+$	S	C	N	W
10	$+$	R	M	N	W
11	$+$	S	M	N	S
12	$+$	_	M	H	S
13	$+$	O	H	N	W
14	$-$	R	M	_	S

dove "_" indica un dato mancante. Mostrare come ID3 (con Gain(S,A)) costruisce l'albero di decisione corrispondente. Per ogni attributo calcolare $Gain(S, A)$ e giustificare la scelta dell'attributo utilizzato ad ogni nodo interno. Per il trattamento dei dati mancanti utilizzare l'approccio del valore più frequente.

Risposta:

Di seguito viene riportato il numero di occorrenza dei valori dei vari attributi:

Out	*Temp*	*Hum*	*Wind*
#"S" $= 5$	#"H" $= 3$	#"H" $= 6$	#"W" $= 7$
#"O" $= 3$	#"M" $= 6$	#"N" $= 7$	#"S" $= 6$
#"R" $= 4$	#"C" $= 4$		

Scegliendo il valore con il maggiore numero di occorrenze per ogni attributo, l'insieme di apprendimento diventa:

$Esempio$	$Target$	Out	$Temp$	Hum	$Wind$
$1'$	$-$	S	H	H	W
$2'$	$-$	S	H	H	S
$3'$	$+$	O	M	H	W
$4'$	$+$	R	M	H	W
$5'$	$+$	S	C	N	W
$6'$	$-$	R	C	N	S
$7'$	$+$	O	C	N	S
$8'$	$-$	S	M	H	W
$9'$	$+$	S	C	N	W
$10'$	$+$	R	M	N	W
$11'$	$+$	S	M	N	S
$12'$	$+$	S	M	H	S
$13'$	$+$	O	H	N	W
$14'$	$-$	R	M	N	S

Entropia: 0.940286

Attributo Out

valore S:[+,-] 4 3, valore O:[+,-] 3 0, valore R:[+,-] 2 2

Gain: 0.161958 ← **valore massimo**

Attributo $Temp$

valore H:[+,-] 1 2, valore M:[+,-] 5 2, valore C:[+,-] 3 1

Gain: 0.080154

Attributo Hum

valore H:[+,-] 3 3, valore N:[+,-] 6 2

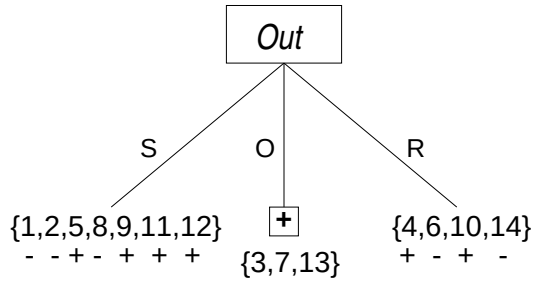
Gain: 0.048127

Attributo $Wind$

valore W:[+,-] 6 2, valore S:[+,-] 3 3

Gain: 0.048127

Quindi si sceglie Out come attributo per la radice:



Consideriamo adesso $S_S = \{1[-],2[-],5[+],8[-],9[+],11[+],12[+]\}$:

$Esempio$	$Target$	Out	$Temp$	Hum	$Wind$
1	$-$	S	H	H	W
2	$-$	S	H	H	S
5	$+$	_	C	N	_
8	$-$	S	M	H	W
9	$+$	S	C	N	W
11	$+$	S	M	N	S
12	$+$	_	M	H	S

Ricordando che non possiamo più utilizzare l'attributo Out, l'unico attributo che presenta un valore mancante è $Wind$ (esempio 5). Quindi calcoliamo il numero di occorrenze per i valori di $Wind$ relativamente ad S_S:

$Wind$
$\#\text{“}W\text{”} = 3$
$\#\text{“}S\text{”} = 3$

Poiché si presenta un caso di parità, scegliamo il valore più frequente a livello superiore (radice), cioè “W”:

Entropia: 0.985228

Attributo $Temp$

valore H:[+,-] 0 2, valore M:[+,-] 2 1, valore C:[+,-] 2 0

Gain: 0.591673 ← **valore massimo**

Attributo Hum

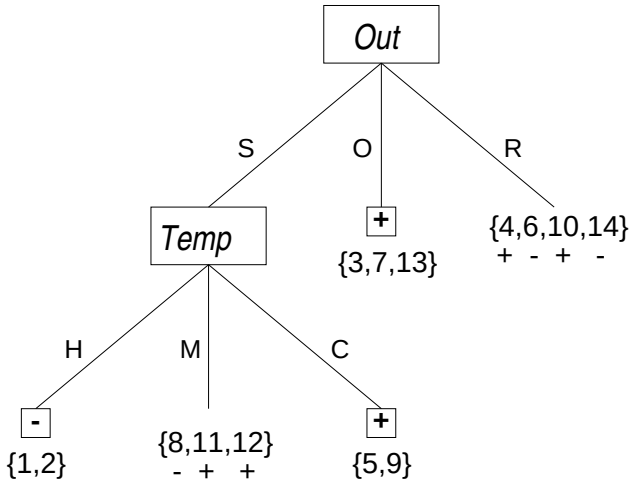
valore H:[+,-] 1 3, valore N:[+,-] 3 0

Gain: 0.521641

Attributo $Wind$

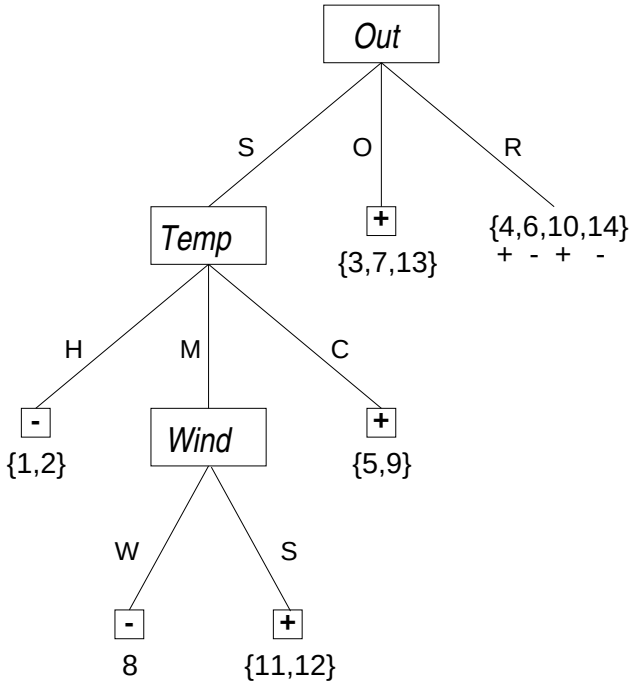
valore W:[+,-] 2 2, valore S:[+,-] 2 1

Gain: 0.020244



Quindi si sceglie $Temp$ come attributo per la radice:

ed infine $S_M = \{8[-],11[+],12[+]\}$ è classificato correttamente (e solo) dall'attributo $Wind$:



Infine consideriamo $S_R = \{4[+],6[-],10[+],14[-]\}$:

$Esempio$	$Target$	Out	$Temp$	Hum	$Wind$
4	$+$	R	M	H	W
6	$-$	R	C	N	S
10	$+$	R	M	N	W
14	$-$	R	M	_	S

L'unico attributo che presenta un valore mancante è Hum (esempio 14). Quindi calcoliamo il numero di occorrenze per i valori di Hum relativamente ad S_R:

Hum
$\#\text{“}H\text{”} = 1$
$\#\text{“}N\text{”} = 2$

e scegliamo il valore più frequente, cioè “N”:

$Esempio$	$Target$	Out	$Temp$	Hum	$Wind$
4	$+$	R	M	H	W
6	$-$	R	C	N	S
10	$+$	R	M	N	W
14	$-$	R	M	N	S

Si vede subito che $Wind$ classifica correttamente S_R: