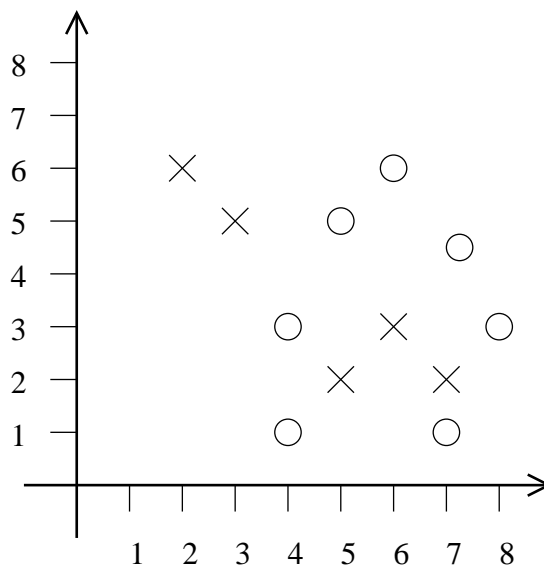


Esercizio 3

Dato il seguente insieme di apprendimento definire una rete neurale (con nodi a gradino)



che classifichi positivamente le croci (×) e negativamente i cerchietti (○).

Soluzione

Una possibile soluzione al problema è mostrata di seguito. Si noti che per determinare gli iperpiani 1, 2, 3, 4, si è utilizzata la formula

$$\frac{x - x_a}{x_b - x_a} = \frac{y - y_a}{y_b - y_a}$$

dove (x_a, y_a) e (x_b, y_b) sono due punti per cui l'iperpiano passa (appartengono all'iperpiano). Inoltre per determinare il segno dei pesi si è osservato come veniva classificata l'origine $(0, 0)$.

A scopo esemplificativo, si consideri l'iperpiano 2. Questo passa per i punti $(8, 1.5)$ e $(6, 3.5)$. Quindi, usando la formula di sopra si ha:

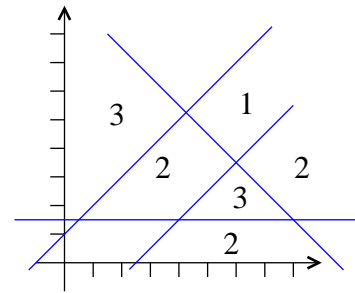
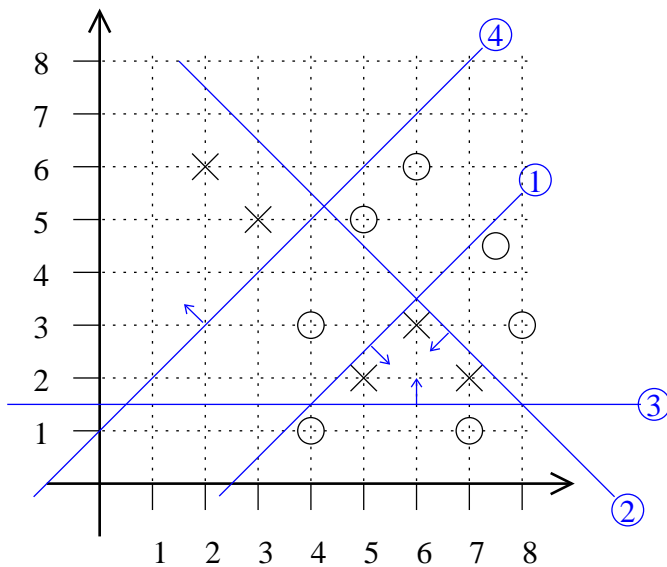
$$\frac{x - 8}{6 - 8} = \frac{y - 1.5}{3.5 - 1.5}$$

e quindi

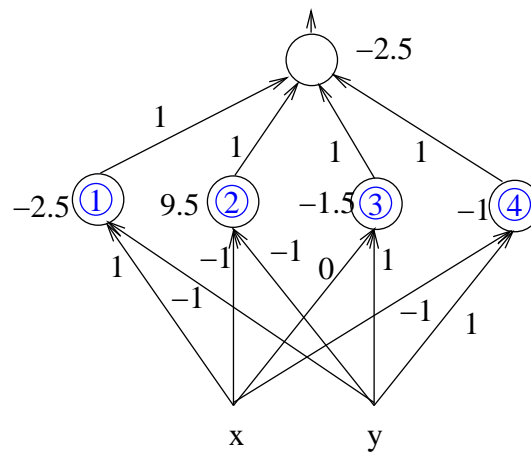
$$-x + 8 = y - 1.5$$

e poiché l'origine deve essere classificata positivamente (cioè ponendo $x = 0$ e $y = 0$ si deve avere un numero positivo) si ha

$$-x - y + 9.5 = 0$$



mapa che riporta il numero di iperpiani a 1 per aree di interesse



da cui si deriva che la soglia è 9.5, ed il vettore dei pesi $[w_x, w_y] \equiv [-1, -1]$. Per gli altri iperpiani (1,3,4) si procede in modo analogo.

Per quanto riguarda le connessioni dalle unità nascoste alla unità di uscita, si osserva che andando a calcolare il numero di iperpiani che restituiscono valore di verità 1 sulle aree del piano di interesse (quelle che contengono esempi), tutti gli esempi positivi cadono in aree con punteggio 3, mentre gli esempi negativi cadono in aree con punteggio al massimo uguale a 2. Quindi si possono sommare tutti gli output delle unità nascoste (si ottiene ponendo tutti i pesi sulle connessioni dalle unità nascoste alla unità di output a 0) ed usare una soglia uguale (ad esempio) a -2.5 . Si noti che per la soglia andava bene un qualunque valore θ tale che $-3 < \theta < -2$.