

**Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria**  
Laurea in Ingegneria Civile e Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio, – prof. A. Tonolo

Prova scritta di **MATEMATICA 2** (1° compitino)

Padova, 17 ottobre 2003

## TEMA 2

**Tempo a disposizione: 105'.** Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Il testo (il presente foglio) va consegnato insieme al foglio di bella. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

**Parte A** (8 punti) Sia  $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 6 & 0 \\ -2 & 2 & -3 & -3 \\ 4 & -4 & 7 & 3 \\ 3 & -3 & 7 & -3 \end{bmatrix}$ .

- (A1) Si determini la decomposizione  $LU$  della matrice  $A$ .
- (A2) Trovare la soluzione generale del sistema che ha  $A$  come matrice completa e le soluzioni base del sistema omogeneo associato.
- (A3) Si calcoli, tramite l'algoritmo di inversione, l'inversa della matrice  $B = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 9 \\ -1 & -1 & 3 \\ 4 & 7 & 4 \end{bmatrix}$ .
- (A4) Si calcoli il determinante della matrice

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & -7 & 15 \\ 2 & 5 & -6 & 14 \\ 1 & 5 & -8 & 18 \end{bmatrix}.$$

**Parte B** (5 punti)

- B1 Sia  $A$  una matrice  $m \times n$  di rango  $m$ . Esiste una matrice  $B$   $n \times m$  tale che  $AB = I_m$ ? Se sì, darne una dimostrazione, altrimenti produrre un controesempio.
- B2 Siano  $A, B$  due matrici tali che  $AB$  sia simmetrica:  $A$  e  $B$  sono necessariamente simmetriche? Se sì, darne una dimostrazione, altrimenti produrre un controesempio.
- B3 Scrivere nella forma  $\alpha + i\beta$ , con  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , il numero complesso  $(6 + i)/(2 + 3i)$ .