

TEMA 2

Tempo a disposizione: 105'. **Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella.** Il testo (il presente foglio) va consegnato insieme al foglio di bella. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Parte A (8 punti) Sia $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 6 & 0 \\ -2 & 2 & -3 & -3 \\ 4 & -4 & 7 & 3 \\ 3 & -3 & 7 & -3 \end{bmatrix}$.

- (A1) Si determini la decomposizione LU della matrice A .
- (A2) Trovare la soluzione generale del sistema che ha A come matrice completa e le soluzioni base del sistema omogeneo associato.
- (A3) Si calcoli, tramite l'algoritmo di inversione, l'inversa della matrice $B = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 9 \\ -1 & -1 & 3 \\ 4 & 7 & 4 \end{bmatrix}$.
- (A4) Si calcoli il determinante della matrice

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & -7 & 15 \\ 2 & 5 & -6 & 14 \\ 1 & 5 & -8 & 18 \end{bmatrix}.$$

Parte B (5 punti)

- B1 Sia A una matrice $m \times n$ di rango m . Esiste una matrice B $n \times m$ tale che $AB = I_m$? Se si, darne una dimostrazione, altrimenti produrre un controesempio.
- B2 Siano A, B due matrici tali che AB sia simmetrica: A e B sono necessariamente simmetriche? Se si, darne una dimostrazione, altrimenti produrre un controesempio.
- B3 Scrivere nella forma $\alpha + i\beta$, con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, il numero complesso $(6 + i)/(2 + 3i)$.