

Prova scritta di **MATEMATICA 2** (1° compitino)

Padova, 17 ottobre 2003

TEMA 3

Tempo a disposizione: 105'. Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Il testo (il presente foglio) va consegnato insieme al foglio di bella. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Parte A (8 punti) Sia $A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -6 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -6 \\ 2 & -2 & 1 & 9 \\ 1 & -1 & 3 & -3 \end{bmatrix}$.

- (A1) Si determini la decomposizione LU della matrice A .
- (A2) Trovare la soluzione generale del sistema che ha A come matrice completa e le soluzioni base del sistema omogeneo associato.
- (A3) Si calcoli, tramite l'algoritmo di inversione, l'inversa della matrice $B = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 5 \\ 1 & -6 & -2 \\ -4 & 1 & -2 \end{bmatrix}$.
- (A4) Si calcoli il determinante della matrice

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 & 6 \\ -2 & -3 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 4 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Parte B (5 punti)

- B1 Scrivere nella forma $\alpha + i\beta$, con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, il numero complesso $(-3 + 2i)/(1 - 4i)$.
- B2 Siano B, C due matrici tali che BC sia simmetrica: B e C sono necessariamente simmetriche? Se sì, darne una dimostrazione, altrimenti produrre un controesempio.
- B3 Sia A una matrice $l \times m$ di rango l . Esiste una matrice B $m \times l$ tale che $AB = I_l$? Se sì, darne una dimostrazione, altrimenti produrre un controesempio.