

TEMA 3

Tempo a disposizione: 105'. **Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella.** Il testo (il presente foglio) va consegnato insieme al foglio di bella. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Parte A (8 punti) Si consideri la matrice $A_\alpha = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 8 - \alpha & 8 - 2\alpha \\ 0 & \alpha - 3 & 2\alpha - 2 \end{bmatrix}$.

- (A1) Si determini il polinomio caratteristico di A_α e se ne studino gli autovalori al variare del parametro α .
- (A2) Per quali valori di α la matrice A_α è diagonalizzabile?
- (A3) Per $\alpha = 3$ si determinino le matrici P e D tali che $P^{-1}A_3P = D$.
- (A4) Per i valori di α per i quali A_α risulta non diagonalizzabile si determini la forma di Jordan J_α di A_α .

Si considerino le rette

$$s_1 : \begin{cases} 2x - 3y + z = 3 \\ 2y + z = 5 \end{cases} \quad s_2 : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 \end{cases}$$

e il piano π di equazione $2x + 6y - 3z = 5$.

- (A5) Determinare l'equazione parametrica di s_1 e l'equazione cartesiana di s_2 .
- (A6) Determinare la retta passante per s_1 e s_2 ortogonale al piano π .

Parte B (5 punti)

- (B1) Sia A una matrice diagonalizzabile; la matrice $A + 4I$ è diagonalizzabile? Se sì, lo si dimostri, se no si produca un controesempio.
- (B2) Scrivere un polinomio di secondo grado $f(x)$ che interpoli i valori di $\cos x$ in $-\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}$. Calcolare $f(\frac{\pi}{6})$.