

ARGOMENTI SCELTI PER LA PROVA ORALE

La numerazione degli enunciati si riferisce al testo adottato: W.K.Nicholson, Algebra Lineare.

☐ Definizione del rango di una matrice.

Teorema di Rouché-Capelli: enunciato e dimostrazione (Teorema 1.2.14).

☐ Definizione di soluzione-base di un sistema lineare omogeneo.

☐ Teorema 1.4.10: enunciato e dimostrazione:

- Descrivere l'insieme delle soluzioni di un sistema lineare $AX = B$.

☐ Definizione di inversa di una matrice.

☐ Teorema 1.5.20: enunciato e dimostrazione:

- Condizioni di invertibilità.

☐ Matrici elementari; relazione con le operazioni elementari sulle righe di una matrice.

☐ Matrice aggiunta.

☐ Teorema 2.2.10: Formula di aggiunzione, con dimostrazione.

☐ Definizione di autovalore e di autovettore.

☐ Teorema 2.3.10: enunciato e dimostrazione:

- Una matrice A $n \times n$ è diagonalizzabile se e solo se ...

☐ Algoritmo di diagonalizzazione (p. 138).

☐ Definizione di matrici simili.

☐ Teorema 2.3.19: enunciato (tutto) e dimostrazione (parte (4) esclusa):

- Se A e B sono matrici quadrate simili, allora ...

☐ Teorema di Cayley-Hamilton (enunciato).

☐ Definizione di blocco di Jordan.

☐ Lemma 2.3.27 (enunciato):

- Se λ è un autovalore di A allora il numero e la dimensione dei blocchi di Jordan associati a λ è ...

☐ Teorema 2.5.10 (solo enunciato)

- Se A è matrice reale simmetrica e λ è un suo autovalore, allora λ è ...

□ Forma matriciale di un vettore.

□ Definizione di prodotto scalare standard.

□ Teorema 3.2.4 (solo enunciato):

- Se θ è l'angolo tra i due vettori non nulli $\vec{v}$, $\vec{w}$, allora $\vec{v} \bullet \vec{w} = \dots$

□ Equazioni vettoriali, parametriche e cartesiane di rette e piani.

□ Distanza tra luoghi di punti $d(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2) = \inf\{d(P_1, P_2) \mid P_1 \in \mathcal{L}_1, P_2 \in \mathcal{L}_2\}$.

□ Prodotto vettoriale: proprietà.

□ Trasformazioni lineari di $\mathbb{R}^2$.

□ Definizione di sottospazio di $\mathbb{R}^n$.

□ Definizione di insieme di generatori e di insieme indipendente.

□ Teorema 4.2.11 (con dimostrazione):

- Un insieme di vettori $\{X_1, \dots, X_k\}$ in $\mathbb{R}^n$ è linearmente dipendente se e solo se ...

□ Teorema Fondamentale 4.3.1 (solo enunciato).

- Se U è un sottospazio generato da m vettori e contenente k vettori indipendenti, allora ...

□ Teorema di Invarianza 4.3.3 (solo enunciato).

- Siano $\{X_1, \dots, X_k\}$ e $\{Y_1, \dots, Y_m\}$ due basi di un sottospazio U . Allora ...

□ Teorema 4.3.9 (con dimostrazione).

- Sia U un sottospazio non nullo di $\mathbb{R}^n$.

1. U ha una base e $\dim U \leq n$.

2. Ogni insieme linearmente indipendente contenuto in U può essere completato ("gonfiato") ad una base di U .

3. Ogni insieme di generatori di U contiene una base di U (può essere "sgonfiato" fino ad ottenere una base di U).

□ Teorema del Rango 4.4.4 (solo enunciato)

- $\text{rank } A = \dim \dots = \dim \dots$

□ Definizione di ortogonalità.

□ Teorema 4.5.6 - Disuguaglianza di Cauchy (solo enunciato).

□ Corollario 4.5.7 - Disuguaglianza triangolare (con dimostrazione).

□ Teorema di Pitagora 4.5.11 (con dimostrazione).

- Se $\{X_1, \dots, X_k\}$ è un insieme ortogonale di vettori, allora $\|X_1 + \dots + X_k\|^2 = \dots$

□ Teorema 4.5.12 (con dimostrazione).

- Ogni insieme ortogonale di vettori non nulli è linearmente indipendente.

□ Teorema 4.6.2, punto 1 (con dimostrazione).

- Sia U un sottospazio di $\mathbb{R}^n$. Allora $U^\perp$ è ...

□ Teorema della proiezione, 4.6.6 (con dimostrazione).

- Siano U un sottospazio ed X un vettore di $\mathbb{R}^n$. Allora $\text{proj}_U(X)$ appartiene a ...

□ Teorema dell'approssimazione, 4.6.11 (con dimostrazione).

- Siano U un sottospazio ed X un vettore di $\mathbb{R}^n$. Il vettore di U più vicino ad X è ...

□ Definizione di trasformazione lineare.

□ Coordinate di un vettore rispetto ad una base: $C_{\mathcal{F}}(X)$.

□ Definizione della matrice del cambio di coordinate tra due basi $\mathcal{F}$ e $\mathcal{G}$ di $\mathbb{R}^n$.