

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____ Docente del corso _____

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

TEMA 1

Padova, 19 settembre 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI

1. In una casa di quattro piani (oltre al piano terra) un ascensore parte dal piano terra con 5 persone. Non sale nessun altro, e ogni persona scende a caso ad uno dei quattro piani. Calcolare la probabilità che l'ascensore
 - (a) arrivi vuoto al quarto piano;
 - (b) si vuoti esattamente al terzo piano;
 - (c) arrivi al quarto piano con 2 persone.
2. (a) Un dado equilibrato viene lanciato 3 volte. Qual è la probabilità che il 6 sia uscito esattamente 2 volte?
(b) Qual è la probabilità che in n lanci il 6 sia uscito esattamente 2 volte?
3. L'errore accidentale nelle misurazioni di lunghezze effettuate con un calibro di precisione dipende dal tasso di umidità ambientale. Supponiamo che tale errore sia una v.a. normale di media 0 e varianza $(0.5)^2$ se l'ambiente è secco, una v.a. normale di media 0 e varianza $(0.25)^2$ se l'ambiente è umido. Si è constatato che le misure vengono effettuate in ambiente secco solo nel 20% dei casi.
 - (a) Qual è la probabilità che in una misurazione si abbia $|X| < 0.6$?
 - (b) sapendo che in una misurazione si è verificato che $|X| < 0.6$, qual è la probabilità che essa sia stata effettuata in ambiente umido?

4. Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} x(y-x)e^{-y} & \text{se } 0 < x < y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

una funzione in due variabili.

- (a) Verificare che $f(x, y)$ è la densità congiunta di una variabile congiunta continua (X, Y) .
 - (b) Determinare le densità marginali di X e di Y ; dire se X e Y sono indipendenti;
 - (c) Determinare la densità condizionata di Y dato $X = x$ ($x > 0$);
 - (d) Determinare $E[Y|X = x]$ (esprimere il risultato come un integrale in una variabile, precisando bene gli estremi di integrazione, non occorre svolgere il calcolo).
5. Esistono alberi euleriani? Quali alberi con 53 vertici ammettono percorso di Eulero? Può un albero con 53 vertici essere completamente bipartito? Può un albero non essere bipartito? Esistono alberi completi? Giustificare nei vari casi le risposte motivandole, a seconda dei casi con esempi o ragionamenti.

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____ Docente del corso _____

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

TEMA 2

Padova, 19 settembre 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI

- In una casa di cinque piani (oltre al piano terra) un ascensore parte dal piano terra con 4 persone. Non sale nessun altro, e ogni persona scende a caso ad uno dei cinque piani. Calcolare la probabilità che l'ascensore
 - arrivi vuoto al quarto piano;
 - si vuoti esattamente al terzo piano;
 - arrivi al quarto piano con 2 persone.
- Un dado equilibrato viene lanciato 4 volte. Qual è la probabilità che il 6 sia uscito esattamente 3 volte?
 - Qual è la probabilità che in n lanci il 6 sia uscito esattamente 3 volte?
- L'errore accidentale nelle misurazioni di lunghezze effettuate con un calibro di precisione dipende dal tasso di umidità ambientale. Supponiamo che tale errore sia una v.a. normale di media 0 e varianza $(0.6)^2$ se l'ambiente è secco, una v.a. normale di media 0 e varianza $(0.36)^2$ se l'ambiente è umido. Si è constatato che le misure vengono effettuate in ambiente secco solo nel 30% dei casi.
 - Qual è la probabilità che in una misurazione si abbia $|X| < 0.6$?
 - sapendo che in una misurazione si è verificato che $|X| < 0.6$, qual è la probabilità che essa sia stata effettuata in ambiente umido?

4. Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} y(x-y)e^{-x} & \text{se } 0 < y < x \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

una funzione in due variabili.

- Verificare che $f(x, y)$ è la densità congiunta di una variabile congiunta continua (X, Y) .
 - Determinare le densità marginali di X e di Y ; dire se X e Y sono indipendenti;
 - Determinare la densità condizionata di X dato $Y = y$;
 - Determinare $E[X|Y = y]$ (esprimere il risultato come un integrale in una variabile, precisando bene gli estremi di integrazione, non occorre svolgere il calcolo).
5. Esistono alberi euleriani? Quali alberi con 35 vertici ammettono percorso di Eulero? Può un albero con 35 vertici essere completamente bipartito? Può un albero non essere bipartito? Esistono alberi completi? Giustificare nei vari casi le risposte motivandole, a seconda dei casi con esempi o ragionamenti.

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____ Docente del corso _____

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

TEMA 3

Padova, 19 settembre 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI

- In una casa di sei piani (oltre al piano terra) un ascensore parte dal piano terra con 4 persone. Non sale nessun altro, e ogni persona scende a caso ad uno dei sei piani. Calcolare la probabilità che l'ascensore
 - arrivi vuoto al quinto piano;
 - si vuoti esattamente al quarto piano;
 - arrivi al sesto piano con 2 persone.
- Un dado equilibrato viene lanciato 5 volte. Qual è la probabilità che il 6 sia uscito esattamente 3 volte?
 - Qual è la probabilità che in n lanci il 6 sia uscito esattamente 3 volte?
- L'errore accidentale nelle misurazioni di lunghezze effettuate con un calibro di precisione dipende dal tasso di umidità ambientale. Supponiamo che tale errore sia una v.a. normale di media 0 e varianza $(0.4)^2$ se l'ambiente è secco, una v.a. normale di media 0 e varianza $(0.16)^2$ se l'ambiente è umido. Si è constatato che le misure vengono effettuate in ambiente secco solo nel 15% dei casi.
 - Qual è la probabilità che in una misurazione si abbia $|X| < 0.6$?
 - sapendo che in una misurazione si è verificato che $|X| < 0.6$, qual è la probabilità che essa sia stata effettuata in ambiente umido?

4. Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} x(y-x)e^{-y} & \text{se } 0 < x < y \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

una funzione in due variabili.

- Verificare che $f(x, y)$ è la densità congiunta di una variabile congiunta continua (X, Y) .
 - Determinare le densità marginali di X e di Y ; dire se X e Y sono indipendenti;
 - Determinare la densità condizionata di Y dato $X = x$;
 - Determinare $E[Y|X = x]$ (esprimere il risultato come un integrale in una variabile, precisando bene gli estremi di integrazione, non occorre svolgere il calcolo).
5. Esistono alberi euleriani? Quali alberi con 67 vertici ammettono percorso di Eulero? Può un albero con 67 vertici essere completamente bipartito? Può un albero non essere bipartito? Esistono alberi completi? Giustificare nei vari casi le risposte motivandole, a seconda dei casi con esempi o ragionamenti.

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____ Docente del corso _____

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

TEMA 4

Padova, 19 settembre 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI

- In una casa di cinque piani (oltre al piano terra) un ascensore parte dal piano terra con 6 persone. Non sale nessun altro, e ogni persona scende a caso ad uno dei cinque piani. Calcolare la probabilità che l'ascensore
 - arrivi vuoto al quarto piano;
 - si vuoti esattamente al quinto piano;
 - arrivi al quarto piano con 3 persone.
- Un dado equilibrato viene lanciato 5 volte. Qual è la probabilità che il 6 sia uscito esattamente 2 volte?
 - Qual è la probabilità che in n lanci il 6 sia uscito esattamente 2 volte?
- L'errore accidentale nelle misurazioni di lunghezze effettuate con un calibro di precisione dipende dal tasso di umidità ambientale. Supponiamo che tale errore sia una v.a. normale di media 0 e varianza $(0.7)^2$ se l'ambiente è secco, una v.a. normale di media 0 e varianza $(0.49)^2$ se l'ambiente è umido. Si è constatato che le misure vengono effettuate in ambiente secco solo nel 25% dei casi.
 - Qual è la probabilità che in una misurazione si abbia $|X| < 0.6$?
 - sapendo che in una misurazione si è verificato che $|X| < 0.6$, qual è la probabilità che essa sia stata effettuata in ambiente umido?

4. Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} y(x-y)e^{-x} & \text{se } 0 < y < x \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

una funzione in due variabili.

- Verificare che $f(x, y)$ è la densità congiunta di una variabile congiunta continua (X, Y) .
 - Determinare le densità marginali di X e di Y ; dire se X e Y sono indipendenti;
 - Determinare la densità condizionata di X dato $Y = y$;
 - Determinare $E[X|Y = y]$ (esprimere il risultato come un integrale in una variabile, precisando bene gli estremi di integrazione, non occorre svolgere il calcolo).
5. Esistono alberi euleriani? Quali alberi con 27 vertici ammettono percorso di Eulero? Può un albero con 27 vertici essere completamente bipartito? Può un albero non essere bipartito? Esistono alberi completi? Giustificare nei vari casi le risposte motivandole, a seconda dei casi con esempi o ragionamenti.