Cognome ____________ Nome ____________ Matricola ____________ Docente del corso ____________

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

TEMA 1

Padova, 6 luglio 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI

1. (a) In una fila del cinema formata da 15 poltrone, in quanti modi si possono disporre 8 persone?
   (b) 3 di queste persone sono amici. In quanti modi le persone si possono sedere in modo tale che i 3 amici stiano vicini fra loro?

2. Un'azienda produce occhiali utilizzando tre diversi macchinari. Il primo macchinario produce mediamente un paio di occhiali difettosi ogni 100 paia, il secondo uno ogni 200, il terzo uno ogni 300. Gli occhiali vengono imballati in scatole identiche contenenti 100 paia. Ogni scatola contiene occhiali prodotti da una sola delle tre macchine. Si supponga una scatola scelta a caso abbia probabilità 1/2 di essere prodotta dal primo macchinario, 1/4 dal secondo e 1/4 dal terzo. Un ottico riceve una di queste scatole.
   (a) Qual è la probabilità che trovi esattamente un paio difettoso in una scatola prodotta dal primo macchinario?
   (b) Qual è la probabilità che trovi almeno un paio difettoso (senza sapere da che macchina la scatola viene prodotta)?
   (c) Se l'ottico trova esattamente due paia difettose, qual è la probabilità che gli occhiali della scatola ricevuta dall'ottico siano stati prodotti dal primo macchinario?

3. Supponiamo che un individuo sia allergico ad un farmaco con probabilità pari a 0,001.
   i) Determinare la probabilità che su 2000 individui vi siano esattamente 10 individui allergici. Approssimare il risultato utilizzando una opportuna v.a. di Poisson.
   ii) Determinare la probabilità che su 2000 individui ve ne siano almeno 50 di allergici. Approssimare il risultato utilizzando una opportuna v.a. normale.

4. Sia
$$f(x,y) = \begin{cases} aye^{-y(x+5)} & \text{se } x > 0,\ y > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
   (con a costante reale) la densità congiunta di due variabili X ed Y.
   (a) Determinare a;
   (b) Determinare la densità marginale di Y;
   (c) Determinare la densità condizionata di X dato $Y = y\,(y > 0)$.

5. Si consideri il grafo $G = (V(G), E(G), \psi_G)$ dove $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$, $E(G) = \{e_1, e_2, ..., e_{12}\}$ e $\psi_G(e_1) = [v_1, v_2]$, $\psi_G(e_2) = [v_1, v_3]$, $\psi_G(e_3) = [v_2, v_3]$, $\psi_G(e_4) = [v_2, v_4]$, $\psi_G(e_5) = [v_2, v_5]$, $\psi_G(e_6) = [v_3, v_5]$, $\psi_G(e_7) = [v_3, v_5]$, $\psi_G(e_8) = [v_4, v_5]$, $\psi_G(e_9) = [v_4, v_6]$, $\psi_G(e_{10}) = [v_5, v_6]$, $\psi_G(e_{11}) = [v_5, v_7]$, $\psi_G(e_{12}) = [v_6, v_7]$.
   (a) È il grafo G euleriano? ammette percorsi di Eulero? Se esiste, se ne determini uno.
   (b) Determinare il numero cromatico di G e la stima ottenuta utilizzando il Teorema di Welsh-Powell, spiegando con accuratezza i metodi seguiti.
   (c) Determinare i ponti, gli snodi ed i blocchi di $G - v_5$.

Cognome ______________ Nome ______________ Matricola ______________Docente del corso______________

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

TEMA 2

Padova, 6 luglio 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI

1. (a) In una fila del cinema formata da 17 poltrone, in quanti modi si possono disporre 9 persone?
   (b) 4 di queste persone sono amici. In quanti modi le persone si possono sedere in modo tale che i 4 amici stiano vicini fra loro?
2. Un'azienda produce occhiali utilizzando tre diversi macchinari. Il primo macchinario produce mediamente un paio di occhiali difettosi ogni 200 paia, il secondo uno ogni 300, il terzo uno ogni 400. Gli occhiali vengono imballati in scatole identiche contenenti 200 paia. Ogni scatola contiene occhiali prodotti da una sola delle tre macchine. Si supponga una scatola scelta a caso abbia probabilità 2/5 di essere prodotta dal primo macchinario, 1/5 dal secondo e 2/5 dal terzo. Un ottico riceve una di queste scatole.
   (a) Qual è la probabilità che trovi esattamente un paio difettoso in una scatola prodotta dal primo macchinario?
   (b) Qual è la probabilità che trovi almeno un paio difettoso (senza sapere da che macchina la scatola viene prodotta)?
   (c) Se l'ottico trova esattamente due paia difettose, qual è la probabilità che gli occhiali della scatola ricevuta dall'ottico siano stati prodotti dal secondo macchinario?
3. Supponiamo che un individuo sia allergico ad un farmaco con probabilità pari a 0,003.
   i) Determinare la probabilità che su 1000 individui vi siano esattamente 5 individui allergici. Approssimare il risultato utilizzando una opportuna v.a. di Poisson.
   ii) Determinare la probabilità che su 1000 individui ve ne siano almeno 100 di allergici. Approssimare il risultato utilizzando una opportuna v.a. normale.
4. Sia
   $$f(x,y) = \begin{cases} aye^{-(x+2)y} & \text{se } x > 0,\, y > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
   (con a costante reale) la densità congiunta di due variabili X ed Y.
   (a) Determinare a;
   (b) Determinare la densità marginale di Y;
   (c) Determinare la densità condizionata di X dato $Y = y\,(y > 0)$.
5. Si consideri il grafo $G = (V(G), E(G), \psi_G)$ dove $V(G) = \{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7\}$, $E(G) = \{e_1, e_2, ..., e_{12}\}$ e $\psi_G(e_1) = [w_1, w_2]$, $\psi_G(e_2) = [w_1, w_3]$, $\psi_G(e_3) = [w_2, w_3]$, $\psi_G(e_4) = [w_2, w_4]$, $\psi_G(e_5) = [w_2, w_5]$, $\psi_G(e_6) = [w_3, w_6]$, $\psi_G(e_7) = [w_3, w_6]$, $\psi_G(e_8) = [w_4, w_5]$, $\psi_G(e_9) = [w_4, w_6]$, $\psi_G(e_{10}) = [w_5, w_6]$, $\psi_G(e_{11}) = [w_5, w_7]$, $\psi_G(e_{12}) = [w_6, w_7]$.
   (a) È il grafo G euleriano? ammette percorsi di Eulero? Se esiste, se ne determini uno.
   (b) Determinare il numero cromatico di G e la stima ottenuta utilizzando il Teorema di Welsh-Powell, spiegando con accuratezza i metodi seguiti.
   (c) Determinare i ponti, gli snodi ed i blocchi di $G - w_6$.

Cognome ______________ Nome ______________ Matricola ______________Docente del corso______________

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

TEMA 3

Padova, 6 luglio 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI

1. (a) In una fila del cinema formata da 19 poltrone, in quanti modi si possono disporre 11 persone?
   (b) 6 di queste persone sono amici. In quanti modi le persone si possono sedere in modo tale che i 6 amici stiano vicini fra loro?

2. Un'azienda produce occhiali utilizzando tre diversi macchinari. Il primo macchinario produce mediamente un paio di occhiali difettosi ogni 300 paia, il secondo uno ogni 200, il terzo uno ogni 100. Gli occhiali vengono imballati in scatole identiche contenenti 100 paia. Ogni scatola contiene occhiali prodotti da una sola delle tre macchine. Si supponga una scatola scelta a caso abbia probabilità 1/4 di essere prodotta dal primo macchinario, 1/2 dal secondo e 1/4 dal terzo. Un ottico riceve una di queste scatole.
   (a) Qual è la probabilità che trovi esattamente un paio difettoso in una scatola prodotta dal primo macchinario?
   (b) Qual è la probabilità che trovi almeno un paio difettoso (senza sapere da che macchina la scatola viene prodotta)?
   (c) Se l'ottico trova esattamente due paia difettose, qual è la probabilità che gli occhiali della scatola ricevuta dall'ottico siano stati prodotti dal terzo macchinario?

3. Supponiamo che un individuo sia allergico ad un farmaco con probabilità pari a 0,002.
   i) Determinare la probabilità che su 3000 individui vi siano esattamente 20 individui allergici. Approssimare il risultato utilizzando una opportuna v.a. di Poisson.
   ii) Determinare la probabilità che su 3000 individui ve ne siano almeno 90 di allergici. Approssimare il risultato utilizzando una opportuna v.a. normale.

4. Sia
$$f(x,y) = \begin{cases} axe^{-x(y+5)} & \text{se } x>0,\ y>0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
   (con a costante reale) la densità congiunta di due variabili X ed Y.
   (a) Determinare a;
   (b) Determinare la densità marginale di X;
   (c) Determinare la densità condizionata di Y dato $X = x\,(x > 0)$.

5. Si consideri il grafo $G = (V(G), E(G), \psi_G)$ dove $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$, $E(G) = \{e_1, e_2, ..., e_{12}\}$ e $\psi_G(e_1) = [v_1, v_2]$, $\psi_G(e_2) = [v_1, v_3]$, $\psi_G(e_3) = [v_2, v_3]$, $\psi_G(e_4) = [v_2, v_4]$, $\psi_G(e_5) = [v_2, v_5]$, $\psi_G(e_6) = [v_3, v_5]$, $\psi_G(e_7) = [v_3, v_5]$, $\psi_G(e_8) = [v_4, v_5]$, $\psi_G(e_9) = [v_4, v_6]$, $\psi_G(e_{10}) = [v_5, v_6]$, $\psi_G(e_{11}) = [v_5, v_7]$, $\psi_G(e_{12}) = [v_6, v_7]$.
   (a) È il grafo G euleriano? ammette percorsi di Eulero? Se esiste, se ne determini uno.
   (b) Determinare il numero cromatico di G e la stima ottenuta utilizzando il Teorema di Welsh-Powell, spiegando con accuratezza i metodi seguiti.
   (c) Determinare i ponti, gli snodi ed i blocchi di $G - v_3$.

Cognome ______________ Nome ______________ Matricola ______________ Docente del corso______________

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

TEMA 4

Padova, 6 luglio 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI

1. (a) In una fila del cinema formata da 20 poltrone, in quanti modi si possono disporre 12 persone?
   (b) 5 di queste persone sono amici. In quanti modi le persone si possono sedere in modo tale che i 5 amici stiano vicini fra loro?

2. Un'azienda produce occhiali utilizzando tre diversi macchinari. Il primo macchinario produce mediamente un paio di occhiali difettosi ogni 300 paia, il secondo uno ogni 100, il terzo uno ogni 200. Gli occhiali vengono imballati in scatole identiche contenenti 300 paia. Ogni scatola contiene occhiali prodotti da una sola delle tre macchine. Si supponga una scatola scelta a caso abbia probabilità 1/5 di essere prodotta dal primo macchinario, 1/5 dal secondo e 3/5 dal terzo. Un ottico riceve una di queste scatole.
   (a) Qual è la probabilità che trovi esattamente un paio difettoso in una scatola prodotta dal primo macchinario?
   (b) Qual è la probabilità che trovi almeno un paio difettoso (senza sapere da che macchina la scatola viene prodotta)?
   (c) Se l'ottico trova esattamente due paia difettose, qual è la probabilità che gli occhiali della scatola ricevuta dall'ottico siano stati prodotti dal primo macchinario?

3. Supponiamo che un individuo sia allergico ad un farmaco con probabilità pari a 0,004.
   i) Determinare la probabilità che su 4000 individui vi siano esattamente 20 individui allergici. Approssimare il risultato utilizzando una opportuna v.a. di Poisson.
   ii) Determinare la probabilità che su 4000 individui ve ne siano almeno 200 di allergici. Approssimare il risultato utilizzando una opportuna v.a. normale.

4. Sia
$$f(x,y) = \begin{cases} axe^{-(y+3)x} & \text{se } x>0,\ y>0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
(con a costante reale) la densità congiunta di due variabili X ed Y.
   (a) Determinare a;
   (b) Determinare la densità marginale di X;
   (c) Determinare la densità condizionata di Y dato $X = x\,(x > 0)$.

5. Si consideri il grafo $G = (V(G), E(G), \psi_G)$ dove $V(G) = \{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7\}$, $E(G) = \{e_1, e_2, ..., e_{12}\}$ e $\psi_G(e_1) = [w_1, w_2]$, $\psi_G(e_2) = [w_1, w_3]$, $\psi_G(e_3) = [w_2, w_3]$, $\psi_G(e_4) = [w_2, w_4]$, $\psi_G(e_5) = [w_2, w_5]$, $\psi_G(e_6) = [w_3, w_6]$, $\psi_G(e_7) = [w_3, w_6]$, $\psi_G(e_8) = [w_4, w_5]$, $\psi_G(e_9) = [w_4, w_6]$, $\psi_G(e_{10}) = [w_5, w_6]$, $\psi_G(e_{11}) = [w_5, w_7]$, $\psi_G(e_{12}) = [w_6, w_7]$.
   (a) È il grafo G euleriano? ammette percorsi di Eulero? Se esiste, se ne determini uno.
   (b) Determinare il numero cromatico di G e la stima ottenuta utilizzando il Teorema di Welsh-Powell, spiegando con accuratezza i metodi seguiti.
   (c) Determinare i ponti, gli snodi ed i blocchi di $G - w_3$.