

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_ Docente del corso \_\_\_\_\_

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria  
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

# TEMA 1

Padova, 5 settembre 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

**Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI**

1. Nove persone arrivano ad un ristorante con tre sale, e ciascuna sceglie a caso la sala. Determinare la probabilità che ci siano esattamente tre persone nella prima sala.
2. Disponiamo di 3 scatole 1,2,3 contenenti la prima due monete da 50 centesimi, la seconda una da 50 centesimi e una da 1 euro, la terza due monete da 1 euro. Si scelga a caso una delle tre scatole, e da questa si estragga una moneta (con probabilità uguale per le 2 monete). La moneta estratta è da 50 centesimi. Qual è la probabilità che la seconda moneta nella scatola sia anch'essa da 50 centesimi?
3. Dei pezzi meccanici prodotti da una certa linea di produzione devono avere una lunghezza nominale di 20 cm; sono accettabili pezzi entro i limiti di tolleranza da 19.5 a 20.5 cm. Le lunghezze reali dei pezzi prodotti sono in realtà distribuite normalmente attorno ad una media di 20 cm, con una deviazione standard di 0.25 cm.
  - (a) Quale percentuale dei pezzi prodotti non rispetta i limiti di tolleranza dati?
  - (b) Potendo ricalibrare la linea di produzione, a quale valore dobbiamo modificare la deviazione standard se vogliamo che il 99% dei pezzi rispettino i limiti di tolleranza (scrivere una formula che permetta, attraverso l'uso della tabella della normale standard, di ricavare il risultato)?
4. Ogni cliente che arriva al supermercato ha una probabilità uguale a 0.1 di effettuare almeno un acquisto, indipendentemente dagli altri clienti. Siano  $N$  il numero di clienti che arrivano al supermercato in una giornata,  $X$  il numero di clienti che fanno acquisti.
  - (a) Determinare la densità discreta condizionata di  $X$  dato  $N = n$ ;
  - (b) Determinare una v.a. discreta la cui densità sia uguale ai valori ottenuti sopra;
  - (c) Dedurre cos'è  $E[X|N]$  (quale numero se si tratta di un numero oppure quale v.a. se si tratta di una v.a.) ?
5. Si consideri il grafo  $G = (V(G), E(G), \psi_G)$  dove  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ,  $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_{11}\}$  e  $\psi_G(e_1) = [v_1, v_2]$ ,  $\psi_G(e_2) = [v_1, v_2]$ ,  $\psi_G(e_3) = [v_2, v_3]$ ,  $\psi_G(e_4) = [v_2, v_3]$ ,  $\psi_G(e_5) = [v_1, v_3]$ ,  $\psi_G(e_6) = [v_3, v_5]$ ,  $\psi_G(e_7) = [v_3, v_5]$ ,  $\psi_G(e_8) = [v_3, v_4]$ ,  $\psi_G(e_9) = [v_4, v_5]$ ,  $\psi_G(e_{10}) = [v_4, v_5]$ ,  $\psi_G(e_{11}) = [v_1, v_5]$ . Spiegando con accuratezza i metodi seguiti, si risponda ai seguenti quesiti.
  - (a) È il grafo  $G$  euleriano? ammette percorsi di Eulero? Se esiste, se ne determini uno.
  - (b) Stimare il numero cromatico di  $G$  utilizzando il Teorema di Welsh-Powell ed il numero di clique. Determinare quindi esattamente il numero cromatico di  $G$ .
  - (c) Si consideri il grafo  $H = G - \{v_3\}$ . Determinare i ponti, gli snodi ed i blocchi di  $H$ .

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_ Docente del corso \_\_\_\_\_

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria  
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

## TEMA 2

Padova, 5 settembre 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

**Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI**

- 10 persone arrivano ad un ristorante con quattro sale, e ciascuna sceglie a caso la sala. Determinare la probabilità che ci siano esattamente due persone nella prima sala.
- Disponiamo di 3 scatole 1,2,3 contenenti la prima due monete da 20 centesimi, la seconda una da 20 centesimi e una da 50 centesimi, la terza due monete da 50 centesimi. Si scelga a caso una delle tre scatole, e da questa si estraiga una moneta (con probabilità uguale per le 2 monete). La moneta estratta è da 20 centesimi. Qual è la probabilità che la seconda moneta nella scatola sia anch'essa da 20 centesimi?
- Dei pezzi meccanici prodotti da una certa linea di produzione devono avere una lunghezza nominale di 25 cm; sono accettabili pezzi entro i limiti di tolleranza da 24 a 26 cm. Le lunghezze reali dei pezzi prodotti sono in realtà distribuite normalmente attorno ad una media di 25 cm, con una deviazione standard di 0.5 cm.
  - Quale percentuale dei pezzi prodotti non rispetta i limiti di tolleranza dati?
  - Potendo ricalibrare la linea di produzione, a quale valore dobbiamo modificare la deviazione standard se vogliamo che il 98% dei pezzi rispettino i limiti di tolleranza (scrivere una formula che permetta, attraverso l'uso della tabella della normale standard, di ricavare il risultato)?
- Ogni cliente che arriva al supermercato ha una probabilità uguale a 0.15 di effettuare almeno un acquisto, indipendentemente dagli altri clienti. Siano  $M$  il numero di clienti che arrivano al supermercato in una giornata,  $Y$  il numero di clienti che fanno acquisti.
  - Determinare la densità discreta condizionata di  $Y$  dato  $M = m$ ;
  - Determinare una v.a. discreta la cui densità sia uguale ai valori ottenuti sopra;
  - Dedurre cos'è  $E[Y|M]$  (quale numero se si tratta di un numero oppure quale v.a. se si tratta di una v.a.) ?
- Si consideri il grafo  $G = (V(G), E(G), \psi_G)$  dove  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ,  $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_{11}\}$  e  $\psi_G(e_1) = [v_1, v_2]$ ,  $\psi_G(e_2) = [v_3, v_2]$ ,  $\psi_G(e_3) = [v_3, v_4]$ ,  $\psi_G(e_4) = [v_3, v_4]$ ,  $\psi_G(e_5) = [v_4, v_5]$ ,  $\psi_G(e_6) = [v_4, v_5]$ ,  $\psi_G(e_7) = [v_3, v_5]$ ,  $\psi_G(e_8) = [v_5, v_2]$ ,  $\psi_G(e_9) = [v_5, v_2]$ ,  $\psi_G(e_{10}) = [v_5, v_1]$ ,  $\psi_G(e_{11}) = [v_1, v_2]$ . Spiegando con accuratezza i metodi seguiti, si risponda ai seguenti quesiti.
  - È il grafo  $G$  euleriano? ammette percorsi di Eulero? Se esiste, se ne determini uno.
  - Stimare il numero cromatico di  $G$  utilizzando il Teorema di Welsh-Powell ed il numero di clique. Determinare quindi esattamente il numero cromatico di  $G$ .
  - Si consideri il grafo  $H = G - \{v_5\}$ . Determinare i ponti, gli snodi ed i blocchi di  $H$ .

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_ Docente del corso \_\_\_\_\_

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria  
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

## TEMA 3

Padova, 5 settembre 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

**Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI**

1. Dodici persone arrivano ad un ristorante con cinque sale, e ciascuna sceglie a caso la sala. Determinare la probabilità che ci siano esattamente tre persone nella prima sala.
2. Disponiamo di 3 scatole 1,2,3 contenenti la prima due monete da 1 euro, la seconda una da 50 centesimi e una da 1 euro, la terza due monete da 50 centesimi. Si sceglia a caso una delle tre scatole, e da questa si estragga una moneta (con probabilità uguale per le 2 monete). La moneta estratta è da 1 euro. Qual è la probabilità che la seconda moneta nella scatola sia anch'essa da 1 euro?
3. Dei pezzi meccanici prodotti da una certa linea di produzione devono avere una lunghezza nominale di 10 cm; sono accettabili pezzi entro i limiti di tolleranza da 9.5 a 10.5 cm. Le lunghezze reali dei pezzi prodotti sono in realtà distribuite normalmente attorno ad una media di 10 cm, con una deviazione standard di 0.05 cm.
  - (a) Quale percentuale dei pezzi prodotti non rispetta i limiti di tolleranza dati?
  - (b) Potendo ricalibrare la linea di produzione, a quale valore dobbiamo modificare la deviazione standard se vogliamo che il 95% dei pezzi rispettino i limiti di tolleranza (scrivere una formula che permetta, attraverso l'uso della tabella della normale standard, di ricavare il risultato)?
4. Ogni cliente che arriva al supermercato ha una probabilità uguale a 0.2 di effettuare almeno un acquisto, indipendentemente dagli altri clienti. Siano  $X$  il numero di clienti che arrivano al supermercato in una giornata,  $N$  il numero di clienti che fanno acquisti.
  - (a) Determinare la densità discreta condizionata di  $N$  dato  $X = k$ ;
  - (b) Determinare una v.a. discreta la cui densità sia uguale ai valori ottenuti sopra;
  - (c) Dedurre cos'è  $E[N|X]$  (quale numero se si tratta di un numero oppure quale v.a. se si tratta di una v.a.) ?
5. Si consideri il grafo  $G = (V(G), E(G), \psi_G)$  dove  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ,  $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_{11}\}$  e  $\psi_G(e_1) = [v_2, v_1]$ ,  $\psi_G(e_2) = [v_2, v_3]$ ,  $\psi_G(e_3) = [v_2, v_3]$ ,  $\psi_G(e_4) = [v_3, v_4]$ ,  $\psi_G(e_5) = [v_3, v_4]$ ,  $\psi_G(e_6) = [v_2, v_4]$ ,  $\psi_G(e_7) = [v_4, v_1]$ ,  $\psi_G(e_8) = [v_4, v_1]$ ,  $\psi_G(e_9) = [v_4, v_5]$ ,  $\psi_G(e_{10}) = [v_5, v_1]$ ,  $\psi_G(e_{11}) = [v_5, v_1]$ . Spiegando con accuratezza i metodi seguiti, si risponda ai seguenti quesiti.
  - (a) È il grafo  $G$  euleriano? ammette percorsi di Eulero? Se esiste, se ne determini uno.
  - (b) Stimare il numero cromatico di  $G$  utilizzando il Teorema di Welsh-Powell ed il numero di clique. Determinare quindi esattamente il numero cromatico di  $G$ .
  - (c) Si consideri il grafo  $H = G - \{v_4\}$ . Determinare i ponti, gli snodi ed i blocchi di  $H$ .

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_ Docente del corso \_\_\_\_\_

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria  
Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di **MATEMATICA D**

## TEMA 4

Padova, 5 settembre 2005

Il presente foglio, contenente la parte relativa a domande teoriche, va consegnato entro il termine stabilito. Non si possono usare calcolatrici, appunti, libri, telefoni.

**Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. ESPRIMERE I RISULTATI CON FORMULE (senza conti) E, DOVE SERVE, TRAMITE LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA NORMALE STANDARD SUI REALI POSITIVI**

1. Venti persone arrivano ad un ristorante con quattro sale, e ciascuna sceglie a caso la sala. Determinare la probabilità che ci siano esattamente sei persone nella prima sala.
2. Disponiamo di 3 scatole 1,2,3 contenenti la prima due monete da 2 euro, la seconda una da 2 euro e una da 1 euro, la terza due monete da 1 euro. Si scelga a caso una delle tre scatole, e da questa si estragga una moneta (con probabilità uguale per le 2 monete). La moneta estratta è da 1 euro. Qual è la probabilità che la seconda moneta nella scatola sia anch'essa da 1 euro?
3. Dei pezzi meccanici prodotti da una certa linea di produzione devono avere una lunghezza nominale di 30 cm; sono accettabili pezzi entro i limiti di tolleranza da 28 a 32 cm. Le lunghezze reali dei pezzi prodotti sono in realtà distribuite normalmente attorno ad una media di 30 cm, con una deviazione standard di 1 cm.
  - (a) Quale percentuale dei pezzi prodotti non rispetta i limiti di tolleranza dati?
  - (b) Potendo ricalibrare la linea di produzione, a quale valore dobbiamo modificare la deviazione standard se vogliamo che il 96% dei pezzi rispettino i limiti di tolleranza (scrivere una formula che permetta, attraverso l'uso della tabella della normale standard, di ricavare il risultato)?
4. Ogni cliente che arriva al supermercato ha una probabilità uguale a 0.3 di effettuare almeno un acquisto, indipendentemente dagli altri clienti. Siano  $N$  il numero di clienti che arrivano al supermercato in una giornata,  $M$  il numero di clienti che fanno acquisti.
  - (a) Determinare la densità discreta condizionata di  $M$  dato  $N = n$ ;
  - (b) Determinare una v.a. discreta la cui densità sia uguale ai valori ottenuti sopra;
  - (c) Dedurre cos'è  $E[M|N]$  (quale numero se si tratta di un numero oppure quale v.a. se si tratta di una v.a.) ?
5. Si consideri il grafo  $G = (V(G), E(G), \psi_G)$  dove  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ,  $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_{11}\}$  e  $\psi_G(e_1) = [v_5, v_1]$ ,  $\psi_G(e_2) = [v_1, v_2]$ ,  $\psi_G(e_3) = [v_1, v_2]$ ,  $\psi_G(e_4) = [v_5, v_2]$ ,  $\psi_G(e_5) = [v_2, v_4]$ ,  $\psi_G(e_6) = [v_2, v_4]$ ,  $\psi_G(e_7) = [v_2, v_3]$ ,  $\psi_G(e_8) = [v_3, v_4]$ ,  $\psi_G(e_9) = [v_3, v_4]$ ,  $\psi_G(e_{10}) = [v_4, v_5]$ ,  $\psi_G(e_{11}) = [v_5, v_1]$ . Spiegando con accuratezza i metodi seguiti, si risponda ai seguenti quesiti.
  - (a) È il grafo  $G$  euleriano? ammette percorsi di Eulero? Se esiste, se ne determini uno.
  - (b) Stimare il numero cromatico di  $G$  utilizzando il Teorema di Welsh-Powell ed il numero di clique. Determinare quindi esattamente il numero cromatico di  $G$ .
  - (c) Si consideri il grafo  $H = G - \{v_2\}$ . Determinare i ponti, gli snodi ed i blocchi di  $H$ .