

Esercizi di Matematica con elementi di Informatica della 1^a settimana
(Corso di Laurea Magistrale a ciclo unico in Chimica e Tecnologie Farmaceutiche,
Università degli Studi di Padova).

Esercizio 1. Trovare estremo superiore e inferiore, se esistono, dei seguenti insiemi, e dire se gli estremi trovati sono massimi o minimi.

1. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0, x^2 \leq 2\}$;
2. $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq 0, x^2 \leq 2\}$;
3. $C = \{(-1)^n(1 - \frac{1}{n}) \mid n \in \mathbb{N}^+\}$.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x}$$

1. si determini il dominio (massimo di definizione);
2. si determini l'immagine;
3. si dica se è iniettiva;
4. si dica se è suriettiva;
5. se possibile si calcoli l'inversa;
6. f è monotona?

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x) = 2x^2 - 4x$$

determinarne l'immagine $f(D)$ se il dominio di definizione è:

1. $D := \{-2, -1, 0, 1, 2\}$;
2. $D := [-2; 2]$;
3. $D := \mathbb{R}^+$.

f è iniettiva in tali domini? È suriettiva?

Esercizio 4. Date le funzioni

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2}, \quad g(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$$

1. determinarne massimo dominio e immagine;
2. dominio e immagine di $f \circ g$;
3. dominio e immagine di $g \circ f$.