Matematici in Finanza

Silvia Frasson

Padova, 19 marzo 2012

Matematici in Finanza

- CARATTERISTICHE GENERALI
- Pregi:
- Comprensione dei problemi pratici e teorici
- Capacità di astrazione (dal *kaos* al *kosmos*)
- Problem solving, ovvero capacità di trovare soluzioni “illuminate” da profonde conoscenze teoriche

- …

Matematici in Finanza

…

- Flessibilità: capacità di interagire con vari soggetti nell'ambito aziendale e di confrontarsi con diversi linguaggi e modi di operare

Difetti:

- Perfezionismo estetico: a volte mal si concilia con la carenza di risorse (tempo, denaro, personale, strumenti, etc…)

Quants

Gli analisti quantitativi sono coloro che si occupano di effettuare la *valutazione* dei cosiddetti *prodotti finanziari derivati* , ovvero strumenti finanziari il cui valore dipende dal prezzo di altri strumenti finanziari elementari (*sottostante, azione*)

Quants

Interdisciplinarietà… ovvero dal paper all'implementazione del modello.

- Teoria della Probabilità e dei Processi Stocastici
- Finanza Matematica
- Analisi Numerica (metodi di ottimizzazione, Montecarlo, derivazione/integrazioni numeriche,…)
- Programmazione in C/C++, Java, VBA
- Statistica

Quants

COME LAVORA UN QUANT IN BANCA:

- Problema di valutazione giunge al *quant* generalmente dal *trading* (ad es. emissione di nuovi prodotti strutturati)
- Ricerca di letteratura sull'argomento ed eventuale rielaborazione *ad hoc* di modelli esistenti
- Implementazione del modello ritenuto più adatto alla situazione (compromesso tra precisione e rapidità dell'algoritmo) →PROTOTIPO
- Test di monitoraggio della stabilità del modello e della reale possibilità di gestire i rischi.
- Passaggio in produzione → SOFTWARE INDUSTRIALE

Quants

MODELLI MATEMATICI PER LA FINANZA

NON esiste IL MODELLO PERFETTO con cui descrivere la realtà del mondo della finanza!

A differenza di quanto accade in Fisica, dove teoricamente ogni nuovo modello insegue un'approssimazione sempre migliore del mondo fisico, in Finanza Matematica ogni modello creato influenza, perturba e modifica i mercati finanziari, rendendo la realtà che si tenta di descrivere, in qualche modo, "irraggiungibile" .

Matematici in Finanza

Altre professioni per matematici…

- Risk Manager (quants/statistici): si occupano del controllo del rischio connesso alle variazioni dei prezzi di titoli e derivati presenti nel portafoglio della Banca o dei Clienti mediante analisi di serie storiche, misure di rischio, modellizzazione di eventi rari/estremi.
- Sviluppatori software: programmatori esperti con conoscenze di Finanza Matematica di base. A supporto dei quants.
- Trader: Gestori dei rischi/coperture legati all'emissione di titoli strutturati.
- Sales: strutturatori e venditori esperti di strumenti finanziari complessi.

Interest Rate Curves

Agenda

- Tassi d'interesse: convenzioni
- Definizione di alcuni strumenti quotati
- Concetto di discount factor
- Esempio di costruzione di una zero rate curve mediante bootstrapping

Interest Rate Curves

Tassi d'interesse

- *Compounding*

Semplice	→	$(1+ r * \Delta t)$
Composto	→	$(1+r/n)^{(n*\Delta t)}$
Continuo	→	$e^{r * \Delta t} = \lim_{n\to\infty}(1+r/n)^{(n*\Delta t)}$

dove

r è il tasso d'interesse annuale

Δt è l'intervallo di tempo espresso in anni

n è la frequenza annuale di pagamento

Interest Rate Curves

- *Daycount Convention per* **Δt**

  Δt corrisponde alla misura in anni di un intervallo di tempo compreso tra due date t_{start} e t_{end}

  - ***Act/360****:* numero effettivo di giorni tra t_{start} e t_{end} diviso 360
  - ***Act/365****:* numero effettivo di giorni tra t_{start} e t_{end} diviso 365
  - ***30/360****: (*numero di mesi interi compresi tra t_{start} e t_{end} moltiplicato per 30 + numero di giorni residui) diviso 360

Interest Rate Curves

Alcuni strumenti quotati

- DEPO (deposit):

  zero-coupon, simple compounding, act/360

- IRS (interest rate swap):

  →fixed leg: annual payment, 30/360

  →floating leg: EURIBOR 6M, act/360

Interest Rate Curves

- Discount factor

È il valore al tempo t di 1 euro pagato al tempo T
Se il tasso d'interesse compreso tra t e T è r si ha che

$df = 1/(1+ r *(T-t))$ simple compounding

$df = (1+r/n)^{-(n*(T-t))}$ compounding

$df = e^{-r * (T-t)}$ continuous compounding

N.B. Il *discount factor, diversamente dai tassi d'interesse, non dipende da convenzioni…*

Interest Rate Curves

Bootstrapping

Tecnica mediante la quale da un insieme di strumenti finanziari quotati *opportunamente scelti* si ricava una curva di discount factor

$$df(t_0, t_i) \quad i=0,1,2,\ldots n$$

dove tipicamente t_0 = today

e

t_i, i=0,1,2,…n sono le varie scadenze degli strumenti quotati scelti, ordinati in modo strett. crescente.

Interest Rate Curves

Bootstrapping

Ipotesi di base e caratteristiche del metodo:

- Assenza di arbitraggio all'interno dell'insieme degli strumenti scelti
- L'NPV di uno strumento usato per il bootstrapping coincide perfettamente col valore quotato… (non è così per i metodi di fitting)

Interest Rate Curves

Bootstrapping →DEPO

- O/N: today(t_0) → today+1business day (t_1)

$$Df\ (t_1)=1/(1+r_{on}*(t_1-t_0)_{act/360})$$

- T/N: (t_1) → t_1 +1business day (t_2)

$$Df(t_2)= Df\ (t_1)*1/(1+r_{tn}*(t_2-t_1)_{act/360})$$

Interest Rate Curves

- S/N: t_2 (value date)→ t_2 +1business day (t_3)

  $$Df(t_3) = Df(t_2) * 1/(1 + r_{sn} * (t_3 - t_2)_{act/360}$$

- 1W: t_2 (value date)→ t_2 +1week (t_4)

  $$Df(t_4) = Df(t_2) * 1/(1 + r_{1W} * (t_4 - t_2)_{act/360}$$

  …

- 1Y: t_2 (value date)→ t_2 +1 year (t_{k+1})

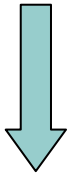
  $$Df(t_{k+1}) = Df(t_2) * 1/(1 + r_{1Y} * (t_{k+1} - t_2)_{act/360}$$

Interest Rate Curves

Bootstrapping →IRS

- 2Y: $t_2 \rightarrow t_{k+1} \rightarrow t_{k+2}$

$$Df(t_2) = r_{2Y}*(t_{k+2} - t_{k+1})_{30/360}* \boldsymbol{Df(t_{k+2})} + r_{2Y}*(t_{k+1} - t_2)_{30/360}* Df(t_{k+1}) + \\ + \boldsymbol{Df(t_{k+2})}$$



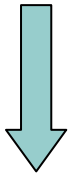
$$\boldsymbol{Df(t_{k+2})} = (Df(t_2) - r_{2Y}*(t_{k+1} - t_2)_{30/360}* Df(t_{k+1})) / \\ (1+ r_{2Y}*(t_{k+2} - t_{k+1})_{30/360})$$

Interest Rate Curves

Bootstrapping →IRS

- nY: $t_2 \rightarrow t_{k+1} \rightarrow t_{k+2} \rightarrow \ldots \rightarrow t_{k+n}$

$$Df(t_2) = r_{nY} * (t_{k+n} - t_{k+n-1})_{30/360} * \boldsymbol{Df(t_{k+n})} + r_{nY} * \sum_{i=2}^{k+n-2} (t_{i+1} - t_i)_{30/360} * Df(t_{i+1}) + + \boldsymbol{Df(t_{k+n})}$$



$$\mathbf{Df(t_{k+n})} = (Df(t_2) - r_{nY} * \sum_{i=2}^{k+n-2} (t_{i+1} - t_i)_{30/360} * Df(t_{i+1})) / (1 + r_{nY} * (t_{k+n} - t_{k+n-1})_{30/360})$$

Matematici in Finanza

silviafrasson70@gmail.com