Esercizi di Statistica della 1^a settimana (Corso di Laurea Triennale in Biologia, Università degli Studi di Padova).

Esercizio 1. Uno scienziato che si occupa di inquinamento ambientale vuole verificare se una sorgente è inquinata. A questo scopo effettua 10 misurazioni indipendenti, con i seguenti risultati del pH:

$$6.27 \quad 6.25 \quad 6.33 \quad 6.27 \quad 6.24 \quad 6.31 \quad 6.28 \quad 6.29 \quad 6.34 \quad 6.27$$

1. Calcola media e mediana campionarie.
2. Calcola la varianza e la deviazione standard campionarie.
3. Supponendo che la deviazione standard vera sia uguale a quella campionaria, qual è l'errore standard della media?
4. Calcola il 10° e il 90° percentile.

Esercizio 2. Un gruppo di 25 uomini di età compresa fra i 25 e i 30 anni è stato selezionato per partecipare ad uno studio sul cuore. Di questi 11 erano fumatori e 14 no. I dati seguenti si riferiscono alla misurazione della pressione sistolica del gruppo dei fumatori.

$$124 \quad 134 \quad 136 \quad 125 \quad 133 \quad 127 \quad 135 \quad 131 \quad 133 \quad 125 \quad 118$$

Calcolare:

1. la media di questi dati;
2. la deviazione standard;
3. l'errore standard della media.

Esercizio 3. Siano $\Omega := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ con $\mathbb{P}$ uniforme, e definiamo gli eventi $E := \{1, 3, 5, 7\}$, $F := \{1, 2, 3\}$, $G := \{1, 5\}$. Scrivi gli elementi dei seguenti eventi:

$$E \cap F, \quad E \cap G^c \quad E^c \cap (F \cup G) \quad E \cup (F \cap G)$$

e calcolane la probabilità.

Esercizio 4. Un esperimento aleatorio consiste nel lanciare n monete. Definiamo X come la variabile aleatoria "numero di teste meno numero di croci".

1. Qual è l'insieme E dei possibili valori di X (distinguere i casi n pari e n dispari)?
2. Supponiamo che $n = 3$ e che le monete non siano truccate, quindi che tutti i risultati delle 3 monete siano equiprobabili. Quali sono le probabilità associate ai diversi valori che X può assumere, cioè $\mathbb{P}\{X = k\}$ per i diversi $k \in E$?
3. Sempre supponendo che $n = 3$, calcola la funzione di ripartizione di X.

Esercizio 5. Supponiamo che il tempo (in ore) di funzionamento ininterrotto di un computer, prima che sia necessario riavviarlo a causa di un crash di sistema, sia una variabile aleatoria continua X con densità

$$f(x) = \lambda e^{-x/50} \mathbf{1}_{x \geq 0}$$

(ricordiamo che $\mathbf{1}_A$ è la funzione indicatrice di un insieme, che vale 1 sull'insieme e 0 altrimenti).

1. Determinare il valore della costante λ in modo che f sia una densità.
2. Calcolare la funzione di ripartizione di X.
3. Calcolare quanto vale la probabilità che il computer funzioni tra le 25 e le 75 ore prima di bloccarsi.
4. Qual è invece la probabilità che funzioni meno di 50 ore?