

Esercizi di Statistica della 2^a settimana (Corso di Laurea in Biologia Molecolare, Università degli Studi di Padova).

Esercizio 1. Nei ragazzi (maschi) di 17 anni, la media \pm deviazione standard della pressione diastolica, misurata su un grande campione, risulta essere 63.7 ± 11.4 mm Hg. Supponendo che la pressione X in un dato ragazzo sia una variabile aleatoria gaussiana, ci sono diversi approcci per diagnosticare una “pressione elevata”.

1. Un approccio diagnostica “pressione elevata” se la pressione diastolica supera il 90esimo percentile della distribuzione citata sopra. Dire a quanto corrisponde questa soglia x , che deve quindi essere tale che $\mathbb{P}\{X \leq x\} = 0.9$.
2. Un altro approccio diagnostica “pressione elevata” se la pressione diastolica supera i 90 mm Hg. Che percentuale di ragazzi di 17 anni avrà pressione elevata con questo approccio?

Esercizio 2. La distribuzione dei livelli di alfa-tocoferolo (vitamina E) nel sangue è approssimativamente normale con media $860 \mu\text{g}/\text{dl}$ e deviazione standard $340 \mu\text{g}/\text{dl}$.

1. Qual è la probabilità di trovare una persona con livelli di alfa-tocoferolo compresi tra 400 e $1000 \mu\text{g}/\text{dl}$?
2. Supponiamo che una persona abbia livelli tossici di alfa-tocoferolo se il suo livello nel sangue è $> 1800 \mu\text{g}/\text{dl}$. Qual è la probabilità che questo accada?
3. È stato intrapreso uno studio per evidenziare eventuali tossicità in 2000 persone che assumono regolarmente supplementi di vitamina E. Sono stati trovati 20 livelli di alfa-tocoferolo $> 1800 \mu\text{g}/\text{dl}$. È questo un numero inusuale di persone con livelli tossici di alfa-tocoferolo? (Calcolare la probabilità di averne più di 20).

Esercizio 3. È stata studiata la relazione tra forma fisica e malattie cardiovascolari in un gruppo di impiegati delle ferrovie di sesso maschile, con questi risultati:

frequenza cardiaca sotto esercizio (battiti/minuto)	percentuale dei lavoratori	mortalità per malattie cardiovascolari in 20 anni
≤ 105	20%	9,1%
106–115	30%	8,7%
116–127	30%	11,6%
> 127	20%	13,2%

Supponiamo che un certo test sia positivo se la frequenza cardiaca sotto esercizio è maggiore di 127 battiti al minuto e negativo altrimenti.

1. Qual è la percentuale totale di mortalità per malattie cardiovascolari in 20 anni?
2. Qual è la probabilità di avere avuto un test positivo tra gli uomini che sono morti nel periodo di 20 anni?
3. Qual è la probabilità di avere avuto un test positivo tra gli uomini che sono sopravvissuti nel periodo di 20 anni?

4. Qual è la probabilità di morte tra gli uomini con un test negativo?

Esercizio 4. Si supponga che il 5% degli uomini e lo 0.25% delle donne siano daltonici. Supponiamo all'inizio che vi sia lo stesso numero di uomini e di donne.

1. Qual è la percentuale di daltonici (uomini e donne) nella popolazione totale?
2. Se si sceglie a caso un daltonico, qual è la probabilità che questo sia un uomo?

Supponiamo ora che gli uomini siano il doppio delle donne.

3. Qual è la percentuale di daltonici nella popolazione totale?
4. Se si sceglie a caso un daltonico, qual è la probabilità che stavolta sia una donna?

Esercizio 5. Jane ha tre figli, ciascuno di loro con uguale probabilità di essere maschio o femmina indipendentemente dagli altri. Definiamo gli eventi:

$A := \{\text{tutti i figli sono dello stesso sesso}\},$

$B := \{\text{c'è al massimo un maschio}\},$

$C := \{\text{ci sono almeno un maschio e una femmina}\}.$

1. Definire una opportuna variabile aleatoria che conti i figli maschi, e riscrivere A , B e C utilizzando questa variabile aleatoria. Qual è la sua legge?
2. Calcolare le probabilità \mathbb{P} dei 3 eventi definiti sopra.
3. Calcolare $\mathbb{P}(A \cap B)$, $\mathbb{P}(B \cap C)$, $\mathbb{P}(A \cap C)$. Mostrare che A è indipendente da B , B è indipendente da C ma A e C sono dipendenti.
4. Dire cosa cambia nelle domande precedenti nel caso in cui Jane abbia 4 figli.