

INTERVALLO DI CONFIDENZA PER LA MEDIA

Supponiamo di avere un campione $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ e di voler trovare un intervallo $I_{1-\alpha}$ tale che

$$\mathbb{P}\{\mu_X \in I_{1-\alpha}\} = 1 - \alpha$$

(intervallo di confidenza per la media di livello $1-\alpha$).

Anche qui usiamo l'idea

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_X}{S_{\bar{X}}} \sim t(\nu), \text{ con } \nu = n - 1$$

rifacendo i passaggi del caso dell'intervallo di confidenza per la differenza di medie, troviamo

$$I_{1-\alpha} = \left[\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu) \cdot S_{\bar{X}}, \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu) \cdot S_{\bar{X}} \right]$$

Per questo i.c. valgono le stesse considerazioni del caso differenze di medie.

Infine possiamo ricorrere all'i.c. per fare test (bilateri) di ipotesi $H_0: \mu_X = \mu_0$ e $H_1: \mu_X \neq \mu_0$. La regola in questo caso è:

- se $\mu_0 \in I_{1-\alpha}$, allora accetto H_0
- se $\mu_0 \notin I_{1-\alpha}$, allora rifiuto H_0 e accetto H_1 .

esercizio 7.2 (cont.)

$$\bar{X} = 8,5, \quad s_x = 4,7, \quad s_{\bar{x}} = \frac{4,7}{\sqrt{65}} = 0,58$$

$$\begin{aligned} I_{1-\alpha} \text{ di estremi: } \bar{X} \pm s_x \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu) &= 8,5 \pm 0,58 \times t_{0,975}(64) \simeq \\ &\simeq 8,5 \pm 0,58 \times t_{0,975}(60) = 8,5 \pm 0,58 \times 2,000 \\ &= 8,5 \pm 1,16 \end{aligned}$$

$$I_{0,95} = [7,34; 9,66]$$

$$\bar{Y} = 13,9, \quad s_y = 4,1, \quad s_{\bar{y}} = \frac{4,1}{\sqrt{21}} = 0,89$$

$$\begin{aligned} I_{1-\alpha} \text{ di estremi: } 13,9 \pm 0,89 \times t_{0,975}(20) &= \\ &= 13,9 \pm 0,89 \times 2,08 = 13,9 \pm 1,85 \end{aligned}$$

$$I_{0,95} = I_{95\%} = [12,05; 15,75]$$

esercizio 7.4

Ma ora ritorna notiamo che i 2 campioni NON sono indipendenti:
consideriamo allora il campione (Z_i) , costituito dalle differenze.

Allora sappiamo che $\bar{Z} = -2,3$, e che l'i.c. al 95%

per μ_Z è $[-3,9; -0,7]$.

1) 0 1 < . . . 0

1) per calcolare $s_{\bar{z}}$, sappiamo che

$$\bar{z} - s_{\bar{z}} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu) = -3,9$$

$$\bar{z} + \dots = -0,7$$

$$-2,3 - s_{\bar{z}} t_{0,975}(12) = -3,9$$

$$s_{\bar{z}} \cdot 2,109 = 3,9 - 2,3 = 1,6$$

$$s_{\bar{z}} = \frac{1,6}{2,109} = 0,76$$

2) se avessimo $\alpha = 0,05$, allora $0 \notin I_{1-\alpha} \Rightarrow H_0 \text{ rifi. } H_1 \text{ acc.}$

Per avere limitazioni al valore P conviene usare il metodo del valore critico ($H_0: \mu_z = 0$, $H_1: \mu_z \neq 0$)

$$t = \frac{\bar{z} - 0}{s_{\bar{z}}} = \frac{-2,3}{0,76} = -3,03$$

$$t_{0,995}(12) = 2,898 < |t| = 3,03 < t_{0,9975}(12) = 3,222$$

$$\downarrow$$
$$\alpha = 0,01$$

$$\downarrow$$
$$\alpha = 0,005$$

$$0,005 < P < 0,01$$

3) a) $0 \notin I_{0,95} \Rightarrow H_0 \text{ rifi. al } 95\% \Rightarrow P < 0,05$

b) $(-4,1; -0,5)$ contiene $I_{0,95}$ (95%) $\Rightarrow$ NON può essere $I_{0,9}$ (90%)

c) $(-4,2; -0,4)$ contiene $I_{95\%} \Rightarrow$ può essere $I_{98\%}$