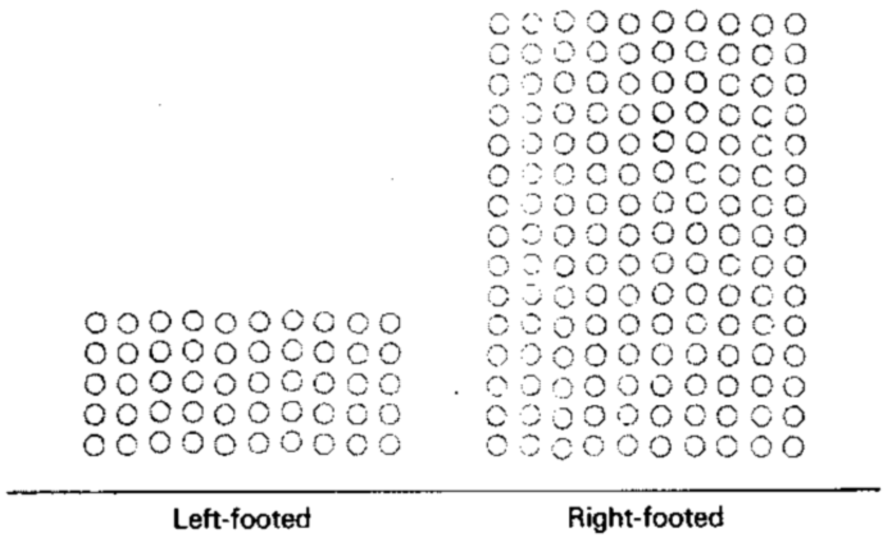
STATISTICA DISCRETA

mercoledì 21 maggio 2014 18.01

In alcuni casi, il campione $X_1, \dots, X_n$ ha legge discreta, quindi le tecniche basate su gaussiane e t di Student non possono essere applicate.

Il caso più semplice è quello in cui $X_1, \dots, X_n \sim Be(p)$.

esempio: con che piede scrivono i marziani?



(statistica descrittiva)

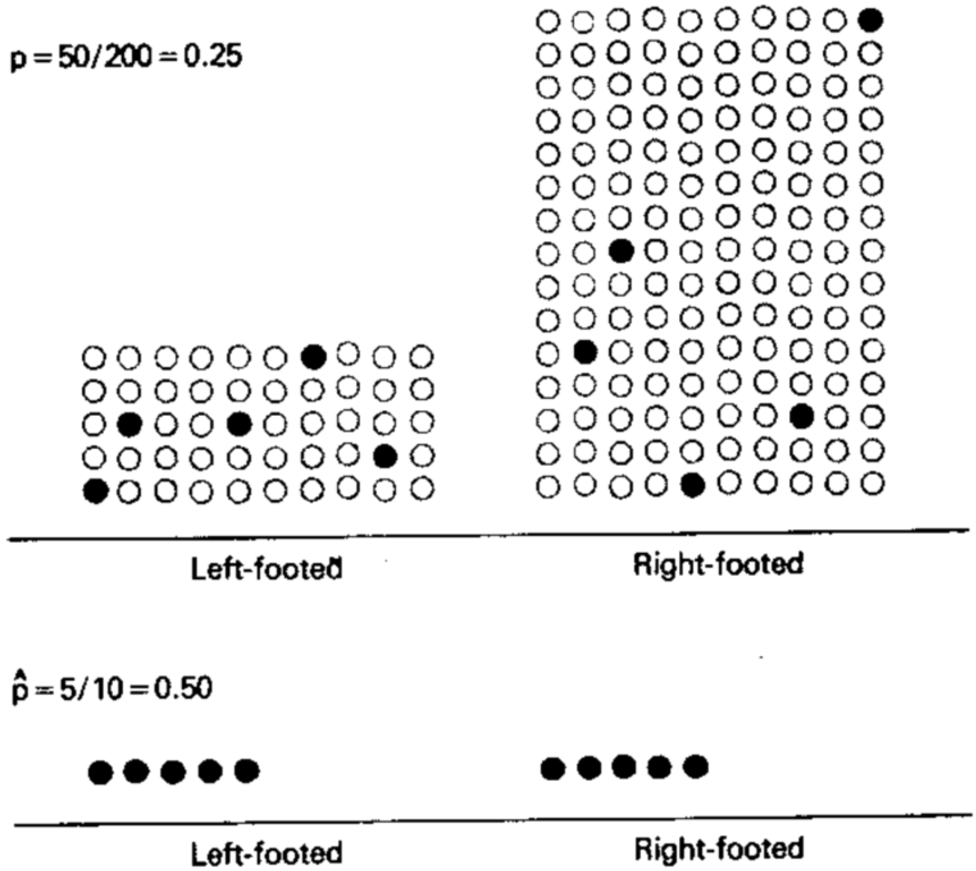
$$p = \frac{50}{200} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Se abbiamo a disposizione solo un campione, dobbiamo stimare p: siccome $p = E[X_i]$, una stima corretta è

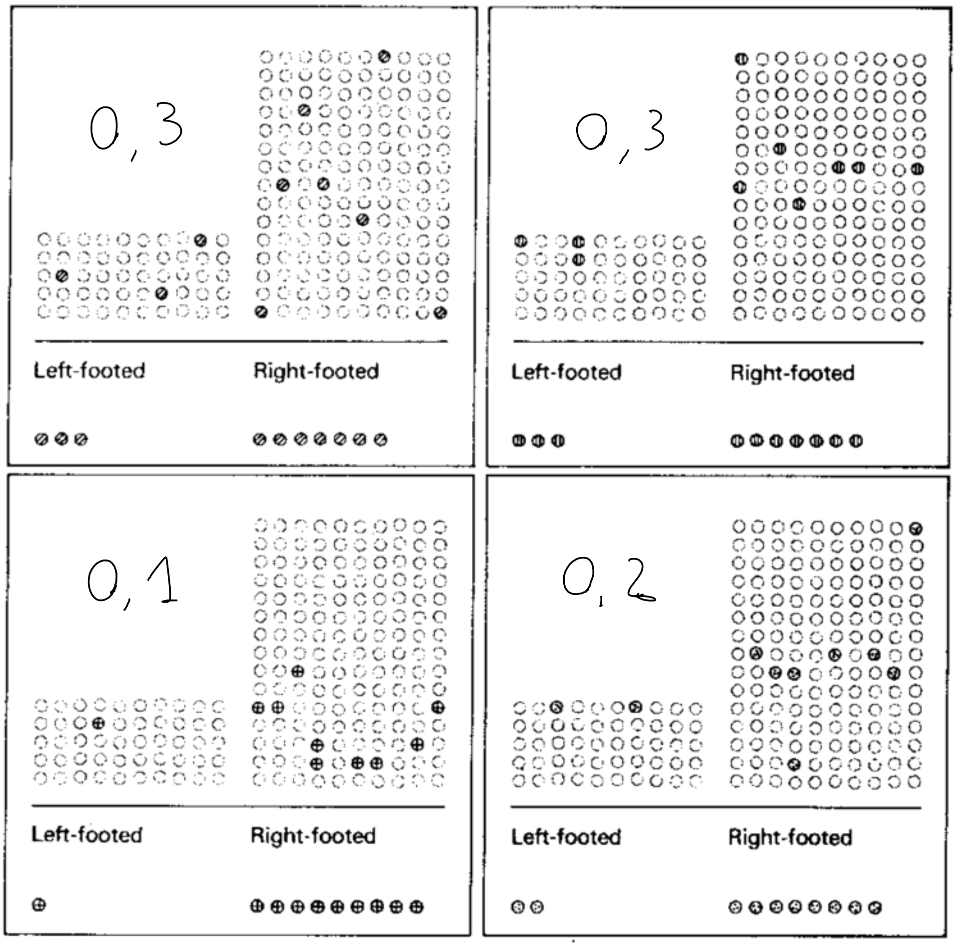
$$\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$$

stima della proporzione

esempio: $p = 0,25$, $\hat{p} = \frac{5}{10} = 0,5$



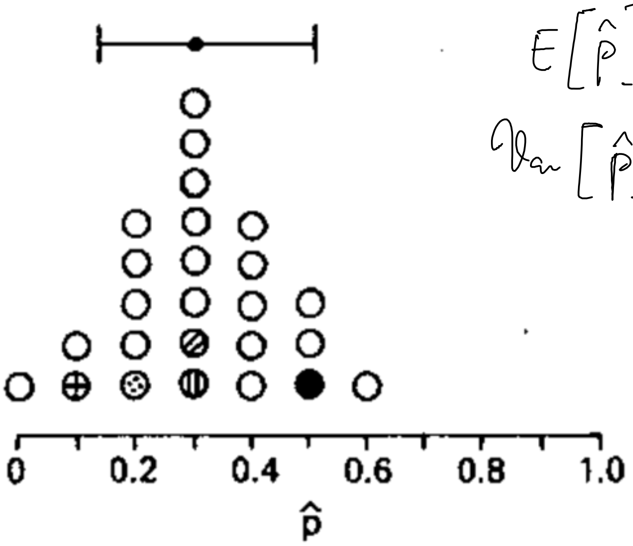
$\hat{p} = \ldots$



Che legge ha $\hat{p}$?

simulazione di 25 realizzazioni di $\hat{p}$, con $n = 10$

$p = 0,25$



$$E[\hat{p}] = 0,25$$

$$\mathrm{Var}[\hat{p}] = \frac{0,25 \times 0,75}{10} = $$

$$= 0,019$$

$$\sqrt{\mathrm{Var}[\hat{p}]} = 0,14$$

$$n\hat{p} = \sum_{1}^{n}{}_i X_i \sim \mathcal{B}(n,p), \text{ quindi}$$

$\hat{p}$ ha legge discreta, che è una binomiale riscalata su $[0,1]$, con media

$$E_p[\hat{p}] = p \quad (\text{stimatore della media})$$

$$\mathrm{Var}_p[\hat{p}] = \frac{\mathrm{Var}[X_i]}{n} = \frac{p(1-p)}{n}$$

Se "n grande", possiamo usare l'approssimazione normale:

$$\hat{p} \approx N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$

("n grande" $\longleftrightarrow$ $n\hat{p}(1-\hat{p}) > 5$, oppure $\begin{cases} n\hat{p} > 5 \\ n(1-\hat{p}) > 5 \end{cases}$

Di solito queste condizioni si controllano sullo stimatore, poiché p non è noto).