

Lezione di Algebra 2 del 5 novembre 2008 (2 ore)

B. Bruno

Esercizio 1

- (i) Si provi che $S_n = \langle (1\ 2)(1\ 2\ 3 \dots n-1\ n) \rangle$.
- (ii) Si provi che, se $n > 2$, il centro di S_n , $Z(S_n) = \{id\}$.

Esercizio 2

Sia D_n il gruppo diedrale di ordine $2n$. Allora $D_n = \langle r, s \rangle$, dove r è la rotazione di $2\pi/n$ ed s è la simmetria rispetto all'asse di simmetria per il vertice 1 (non restrittivo) del poligono; si provi che è $sr = r^{-1}s$. (Dimostrato per $n = 5$; già fatto per $n = 4$).

Esercizio 3

Si provi che il numero di r -cicli in S_n è dato da $(r-1)! \binom{n}{r}$.

Esercizio 4.

- (i) Si descrivano tutte le classi coniugate in S_3 ed in S_4 e se ne determini il numero di elementi.
- (ii) Si trovino i sottogruppi normali di S_3 ed S_4 (che sono unioni di classi coniugate).

Esercizio 5.

Altre proprietà dei sottogruppi H_1 ed H_2 del gruppo G prodotto diretto (esterno) di G_1 e G_2 dell'esercizio 3 del 28/10.

- (i) H_1 è isomorfo a G_1 ed H_2 a G_2 .
- (ii) H_i è sottogruppo normale di G per $i = 1$ e 2 .
- (iii) $G = H_1 H_2 = \{h_1 h_2 : h_i \in H_i, \text{ per } i = 1, 2\}$ (già vista il 28/10).