

Lezione di Algebra 2 del 28 novembre 2008 (1 ora)

B. Bruno

Esercizio 1

Completo punto (d) dell'esercizio 4 del 26/11.

Esercizio 2

Sia F un campo finito, Si provi che ogni estensione finita K di F è semplice.

(Questo vale anche per F di caratteristica 0, ma con dimostrazione più complicata (Teor. 6.6.3).

Esercizio 3

(a) Esiste un campo F di ordine 4? Se la risposta è positiva, si costruisca F .

(b) Si scrivano gli elementi di F e le tabelle additiva e moltiplicativa di F .

(c) Si trovino i sottocampi di F .

(d) Se F^* è il sottogruppo moltiplicativo di F , si dica se F^* è ciclico e, se lo è, se ne trovi un generatore.

Esercizio 4

$f(x) = 7x^3 - 35 \in \mathbb{Q}[x]$.

(a) Si fattorizzi $f(x)$ in fattori irriducibili in $\mathbb{Z}[x]$, in $\mathbb{Q}[x]$, in $\mathbb{R}[x]$ ed in $\mathbb{C}[x]$.

(b) Sia u uno zero di $f(x)$ in $\mathbb{C}$. Si calcoli $[\mathbb{Q}(u) : \mathbb{Q}]$ e si provi che $\mathbb{Q}(u) = \mathbb{Q}(u^2)$.

(c) Sia ϵ una radice cubica primitiva di 1 in $\mathbb{C}$. È vero che $\epsilon \in \mathbb{Q}(u)$?

(d) Si fattorizzi $f(x)$ in fattori irriducibili in $\mathbb{Q}(u)[x]$.

(e) Si provi che $\mathbb{Q}(u)$ non è campo di spezzamento di $f(x)$.

Esercizio 5 Esercizio 6.3.4, pag.334.