

MATEMATICA A
Commissione F. Albertini, M. Motta e G. Zampieri
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 7 gennaio 2008

TEMA 1

Esercizio 1 Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-|x(x+3)|} (x + |x + 3|).$$

- (a) Se ne determinino il dominio, le eventuali simmetrie, la periodicità e il segno.
- (b) I limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti.
- (c) La continuità e la derivabilità, gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto, i limiti, se significativi.
- (d) La convessità e gli eventuali flessi.
- (e) Se ne abbozzi un grafico.

Esercizio 2 Si svolga uno degli integrali seguenti:

(a) L'integrale improprio

$$\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{+\infty} \frac{(1+x^2)^{1-a}}{\log^{3(2-a)}(3+x) [\arctan^2 x + |\arctan^2 x - \arctan x|]} dx.$$

- Si determinino i valori del parametro reale a per cui l'integrale converge.
- Si calcoli l'integrale per $a = 2$.

(b) L'integrale che determina la lunghezza dell'arco di curva parametrica data da $\gamma(t) = (1 - \cos(t), t + \sin(t))$ dove $t \in [0, 2\pi]$.

Esercizio 3 Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2xy}{y^2+3} \\ y(0) = c \end{cases}$$

per i due valori $c = 2$ e $c = 0$ della condizione iniziale.

Tempo: due ore e mezza.

MATEMATICA A
Commissione F. Albertini, M. Motta e G. Zampieri
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 7 gennaio 2008

TEMA 2

Esercizio 1 Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-|x(x+4)|} (x + |x + 4|).$$

- (a) Se ne determinino il dominio, le eventuali simmetrie, la periodicità e il segno.
- (b) I limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti.
- (c) La continuità e la derivabilità, gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto, i limiti, se significativi.
- (d) La convessità e gli eventuali flessi.
- (e) Se ne abbozzi un grafico.

Esercizio 2 Si svolga uno degli integrali seguenti:

(a) L'integrale improprio

$$\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{+\infty} \frac{(1+x^2)^{1+a}}{\log^{3(2+a)}(3+x) [\arctan^2 x + |\arctan^2 x - \arctan x|]} dx.$$

- Si determinino i valori del parametro reale a per cui l'integrale converge.
- Si calcoli l'integrale per $a = -2$.

(b) L'integrale che determina la lunghezza dell'arco di curva parametrica data da $\gamma(t) = (t + \sin(t), 1 - \cos(t))$ dove $t \in [0, 2\pi]$.

Esercizio 3 Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2+3}{2xy} \\ y(1) = c \end{cases}$$

per i due valori $c = 2$ e $c = -2$ della condizione iniziale.

Tempo: due ore e mezza.