

Metodi Matematici per l'Ingegneria

scritto del 10 gennaio 2007

(1) Sia (x, t) la variabile in $\mathbb{R}^2$ e siano b una costante reale e $g = g(x)$ una funzione C^1 . Si risolva il seguente problema iniziale per l'equazione del trasporto:

$$\begin{cases} u_t + bu_x = 1, \\ u(x, 0) = g(x) \quad \forall x. \end{cases}$$

(2) Data l'equazione differenziale $y' = \arctg(xy)$, sia $\phi = \phi(x)$ la soluzione tale che $\phi(0) = \frac{1}{2}$. Si provi che

- (1) ϕ è definita su tutto $\mathbb{R}$.
- (2) ϕ è illimitata.

(3) Si sviluppi in serie di Fourier la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \text{ in } [-\pi, 0], \\ \sin(x) & \text{per } x \text{ in } [0, \pi]. \end{cases}$$

Facoltativo: se ne deduca lo sviluppo di Fourier di $|\sin(x)|$.

tempo: 2 h. e 30 mn.

Regole generali d'esame

- (1) lo scritto sufficiente dà accesso a tutti gli orali dell'a.a.
- (2) si possono consultare libri di teoria e formulari,
- (3) l'esito negativo non impedisce di ripresentarsi alla prova scritta successiva,
- (4) si può ritirarsi senza riconsegnare i fogli compilati,
- (5) si consegna solo la bella copia, breve e ordinata, non calcoli o questo testo. Si contrassegnino gli esercizi con il numero, senza ripetere il testo. Si separino con una demarcazione. Si riporti il nome su ogni foglio consegnato (inutili numero di matricola, data, università, materia...)