

Metodi Matematici per l'Ingegneria

Prova Scritta del 20/12/06

Prof. Giuseppe Zampieri

Esercizio 1 Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe C^2 tale che $f(u)$ è armonica per ogni $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ armonica. Cosa si può dire di f ?

Sia $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una funzione C^2 . Che condizioni deve soddisfare g affinché $u(g)$ sia armonica per ogni u armonica ?

Esercizio 2 Si studino a priori le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{y^2}{y^2 + 1} \log(x)$$

con particolare attenzione al dominio massimale delle soluzioni, la loro monotonia, massimi e minimi, eventuali asintoti, limiti all'infinito. Si proceda poi alla risoluzione esplicita dell'equazione.

Esercizio 3 Sia data la funzione

$$f(x) = 1 - x^2 + \sin^2 x \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

prolungata per periodicità su $\mathbb{R}$. Si calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.