

Esercizio 1 Sia data la funzione

$$f(x) = \operatorname{sgn}(x)x^2 \quad |x| \leq \pi$$

prolungata per periodicità sulla retta reale. Si determini la sua serie di Fourier.
 $\operatorname{sgn}(x)$ è la funzione che vale $+1$ per $x \geq 0$ e -1 per $x < 0$.)

Esercizio 2 Sia data la forma differenziale

$$\omega = \left(x - \frac{x}{x^2 + y^2}\right)dx + \left(y + \frac{y}{x^2 + y^2}\right)dy$$

Si dica se ω è chiusa. Si provi che $x^2 + y^2$ è un fattore integrante di ω . Si trovi l'integrale generale dell'equazione $\omega = 0$.

Esercizio 3 Data l'equazione differenziale

$$y' = \log(1 + \sin^2(y))$$

si studino a priori le sue soluzioni con particolare riguardo per: soluzioni costanti, dominio massimale, monotonia, concavità e convessità del grafico, asintoti, estremi assoluti e relativi.

tempo: 2 h. e 30 mn.

Regole generali d'esame

- (1) lo scritto sufficiente dà accesso a tutti gli orali dell'a.a.
- (2) si possono consultare libri di teoria e formulari,
- (3) l'esito negativo non impedisce di ripresentarsi alla prova scritta successiva,
- (4) si può ritirarsi senza riconsegnare i fogli compilati,
- (5) si consegna solo la bella copia, breve e ordinata, non calcoli o questo testo. Si contrassegnino gli esercizi con il numero, senza ripetere il testo. Si separino con una demarcazione. Si riporti il nome su ogni foglio consegnato (inutili numero di matricola, data, università, materia...)